Simulation verschiedener Reibungsphänomene in Textilmaschinen

Dr. Michael Beitelschmidt, Sulzer Innotec, CH-8401 Winterthur

1. Einführung

Die Bedeutung der Reibung in Textilmaschinen

In Textilmaschinen spielt die Reibung eine wichtige Rolle. Die Reibung tritt hierbei zwischen Fäden und Umlenkelementen, die zur Fadenführung dienen, sowie zwischen den Fäden untereinander auf. Die Reibung ist dabei zum Teil erwünscht und zum Teil unerwünscht. Ohne die Reibung zwischen den Fäden würde ein Gewebe überhaupt nicht zusammenhalten. Andererseits kann die Reibung zwischen den Fäden beim Flächenbildungsprozess auch hinderlich sein, wenn sich die Fäden an ungewollter Stelle miteinander verhaken.

Eine grosse Gruppe von Textilmaschinen ist dadurch gekennzeichnet, dass sie einzelne Fäden oder Faserstränge bearbeitet. Dazu gehören die Spinnmaschinen, alle Maschinen zur Maschenbildung (Stricken, Wirken, etc.) sowie Webmaschinen. Die Fäden werden dabei von Einzelspulen oder grossen „Bäumen", auf denen mehrere 1000 Fäden parallel aufgewickelt sein können, abgezogen und über zahlreiche Führungselemente geleitet. Die Führungselemente können dabei Rollen, Ösen o.ä. sein. Die Führungselemente sind zum Teil passiv und dienen nur der Führung und dem Transport der Fäden, zum Teil sind sie auch aktiv bewegt und führen den gewünschten Verarbeitungsvorgang der Maschine, z.B. die Maschenbildung durch.

Das Zusammenspiel von Fäden und Führungselementen

Die Fäden und die von ihnen berührten Umlenkelemente können verschiedene Wechselwirkungen untereinander haben. Die translatorische Bewegung der Umlenkelemente verändert die Längen und die räumliche Orientierung der Fadenstrecken zwischen den Elementen. Dadurch kann die Spannung der Fäden sowie die Angriffsrichtung der Fadenkraft auf die Elemente verändert werden. Häufig haben Umlenkelemente in Textilmaschinen Rollencharakter. Eine Relativgeschwindigkeit zwischen Rollenoberfläche und Faden führt zu Reibung, die einerseits die Fadenkräfte beeinflusst und andererseits Drehmomente auf die Rollen ausübt. Abhängig von der Aufgabe und der Konstruktion des Umlenkelements haben die variablen Fadenkräfte ihrerseits wieder einen Einfluss auf die Bewegung der Umlenkelemente, welche wiederum die Fadendynamik beeinflusst.

Um Aussagen über die Fadendynamik und das damit verbundene Maschinenverhalten zu gewinnen, muss eine gekoppelte Berechnung durchgeführt werden, welche die Wechselwirkungen der Fäden auf die Umlenkungen und umgekehrt berücksichtigt. Die Berechnung der Bewegung der Umlenkelemente ist eine Aufgabe der klassischen Maschinendynamik. Für die Modellierung der Fäden stehen verschiedene Modellansätze zur Verfügung. Ein Modell wird im Folgenden erläutert.

2. Das Weben als Beispiel eines Textilfertigungsprozesses

Der Webzyklus

Beim Weben werden einzelne Fäden ineinander gekreuzt. Mehrere tausend Kettfäden, die sogenannte Kette, werden durch die einzeln eingetragenen Schussfäden miteinander verwoben. Um den Schussfaden zwischen den Kettfäden durchzuziehen, werden die Kettfäden voneinander separiert, ein Teil wird nach oben gezogen, ein anderer nach unten. Der sich öffnende Spalt wird als „Fach" bezeichnet. In dieses kann der Schussfaden eingetragen werden. Liegt der Schussfaden im Fach, kann dieses wieder geschlossen werden und der Faden mittels eines kammartigen Bauteils („Blatt") an den Geweberand angeschlagen werden. Auf der folgenden Abbildung ist die geometrische Anordnung dieser Teile erkennbar.

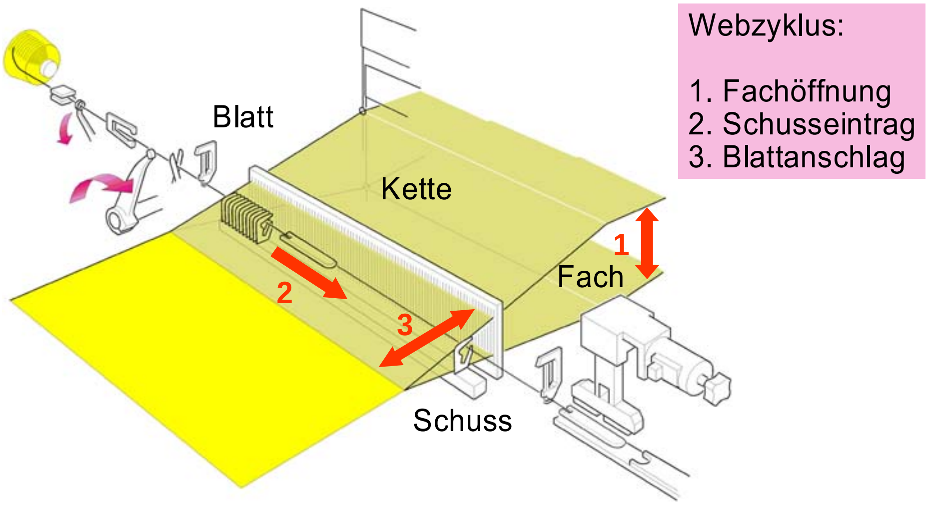


Bild1: Der Webzyklus

Die Bedeutung der Kettfäden

Die Kettfäden in einer Webmaschine sind verschiedenartigen Belastungen ausgesetzt:

- Eine Grundvorspannung sorgt für einwandfreien Fadenlauf in der Maschine
- Das periodische Öffnen und Schliessen des Fachs ändert die Fadenlänge und damit die Fadenspannung
- Der Blattanschlag führt zu einer kurzzeitigen Spitzenbelastung der Fäden
- Aktive und passive Fadenführungslemente ändern die Fadenspannung in verschiedenen Zeitskalen

Die Dynamik der Kettfäden ist ein wichtiges Kriterium für den produktiven Betrieb einer Webmaschine. Jedes Kettfadenstück wird mehrere tausend mal be- und entlastet, bis es im Gewebe eingewebt ist. Kettfadenbrüche sind aufwendig zu reparieren erfordern immer den manuellen Eingriff eines Webers an der Maschine. Durch geeignete Gestaltung des Kettfadenverlaufs lässt sich die Fadenbruch-Häufigkeit deutlich verringern. Auch die Vorgänge während kurzzeitiger Stopps der Maschine sind ein wichtiges Erkenntnisziel: Treten hier unerwünschte Effekte bei den Kettfadenkräften auf, sind Stoppstellen später im Gewebe sichtbar und verringern die Qualität des Produkts.

Durch genaue Kenntnis der Fadenkräfte lässt sich die Produktivität und die Qualität von Webmaschinen verbessern. Aus diesem Grund ist die Simulation im Entwicklungsstadium der Maschine ein wichtiges Auslegungshilfsmittel.

Grundaufbau einphasiger Webmaschinen

Im weiteren soll nur die Berechnung der Kettfadendynamik einphasiger Webmaschinen dargestellt werden obwohl des Verfahren auch erfolgreich auf Mehrphasenwebmaschinen angewandt wurde. Schneidet man eine Einphasenwebmaschine quer durch erhält man im Schnitt den Kettfadenverlauf vom Kettbaum über Spannelemente, Fächer, das Blatt und die Aufwicklung des fertigen Gewebes (Warenbaum).

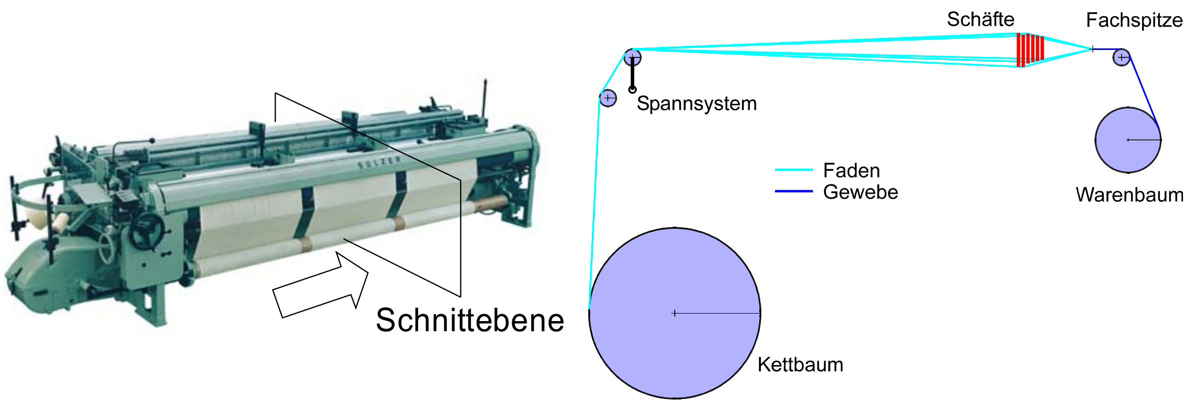


Bild 2: Der Grundaufbau einphasiger Webmaschinen mit Schnittschema

3. Fadenmodell

Es existieren zahlreiche Modelle für die Simulation von textilen Fäden verschiedener Komplexität. Fäden stellen immer eine besondere Herausforderung für eine Modellierung dar, da ihre extreme Anisotropie (hohe Zugsteifigkeit in Fadenrichtung, extrem geringe bis vernachlässigbare Biegesteifigkeit) für Schwierigkeiten in der Berechnung sorgt. Zudem trägt jeder Faden eine „Einseitigkeit“ in ein Modell, da er zwar Zugkräfte aber nie Druckkräfte aufnehmen kann. Somit ist es sinnvoll für ein spezifisches „Fadenproblem“ ein Modell zu wählen, das die für den Anwendungsfall benötigten Eigenschaften abbildet, aber unnötiges weglässt.

Annahmen für das Fadenmodell

Das vorgestellte Fadenmodell wurde im Hinblick auf die Verwendung zur Simulation von Webmaschinen entwickelt. Dabei lassen sich folgende vereinfachenden Annahmen treffen:

- Es wird ein rein longitudinales Fadenmodell verwendet, bei dem auch Trägheitseffekte in Fadenrichtung berücksichtigt werden
- In jeder freien Fadenstrecke zwischen zwei Fadenführungselementen wird die Fadenkraft als konstant angenommen; es werden keine Longitudinalwellen in einer Strecke berücksichtigt
- Die gesamte Querdynamik der Fäden wird vernachlässigt. Das Phänomen temporären Durchhangs von Fäden bei verschwindender Fadenzugkraft wird mit einem speziellen Modellansatz berücksichtigt
- Das Eigengewicht der Fäden wird vernachlässigt

Die Fadenfeinheit als Zustandsgrösse

Der Bewegungszustand einer Fadenstrecke kann über die Ein- und Ausstömgeschwindigkeit an den Streckenenden sowie den „Füllungszustand" in der Strecke bestimmt werden. Für diese Zustandsgrösse wird die „Fadenfeinheit" verwendet, die in der Textiltechnik eine wichtige Kennzahl darstellt. Fäden werden im Handel und der Anwendung nach der Feinheit klassifiziert. Die Feinheit ist das Längengewicht und hat die Einheit tex (=g/km). Diese Grundfeinheit wird mit dem Symbol Tt_0 bezeichnet. Wird der Faden gedehnt, nimmt seine Feinheit ab. Deshalb ist die aktuelle Feinheit Tt als Beschreibungsgrösse für den Dehnungszustand geeignet. Für kleine Dehnungen unter 10% kann man den Zusammenhang zwischen der relativen Dehnung ε und der aktuellen Feinheit mit $\varepsilon = 1\text{-}Tt/Tt_0$ angeben. Die Geschwindigkeit, mit der sich die Dehnung zeitlich ändert, gehorcht der Beziehung $\dot{\varepsilon} = -\dot{T}t\,/\,Tt_0$. Ist nun die Zustandsgröße Tt sowie ihre zeitliche Änderung an einer Stelle im Faden bekannt, kann daraus mit Hilfe eines beliebigen viskoelastischen, quasistatischen Kraftgesetzes $F = F(\varepsilon, \dot{\varepsilon})$ die aktuelle Fadenkraft berechnet werden.

Das Modell mit strömungsmechanischem Analogon

Der Lauf eines Fadens in einer Textilmaschine setzt sich immer aus einer Abfolge von freien Strecken zwischen einzelnen Umlenkelementen zusammen.

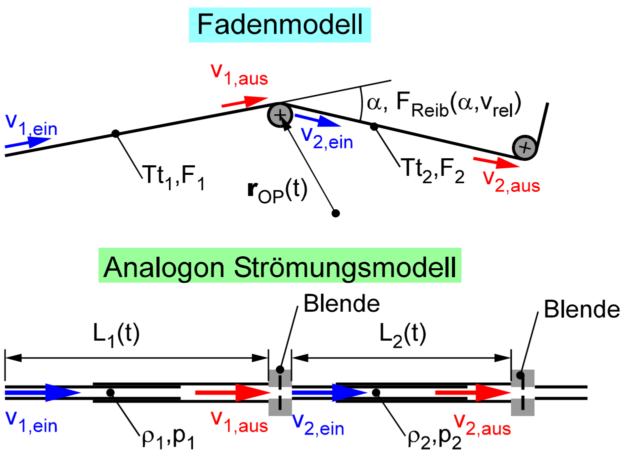


Bild 3: Das Fadenmodell und das strömungsmechanische Analogon

Das Fadenmodell, das zur Beschreibung der Fadenkräfte und Fadenbewegungen in den Strecken dient, ist aus der Strömungsmechanik entliehen.Jede Fadenstrecke gleicht einem längenveränderlichen (Teleskop-)Rohr mit konstantem Durchmesser. Jede Umlenkung entspricht einer Blende zwischen zwei Rohren (Bild 3). Die folgende Tabelle zeigt die Gemeinsamkeiten der beiden Modelle und die korrespondierenden physikalischen Grössen.

Tabelle 1: Zusammenhang zwischen Faden- und Strömungsmodell

Zustandsgrössen	
■ Ein-/Ausströmgeschwindigkeit	■ Ein-/Ausströmgeschwindigkeit
■ Fadenfeinheit (Massendichte)	■ Gasdichte
Gleichungen freie Strecke	
■ Massenbilanz	■ Massenbilanz (Konti-Gleichung)
■ Zusammenhang Dichte→Kraft	■ Gasgesetz Dichte→Druck
■ Impulsbilanz (Ann. konst. Kraft)	■ Impulsbilanz (Ann. konst. Druck)
Gleichungen Umlenkung (Blende)	
■ Massenbilanz	■ Massenbilanz (Konti-Gleichung)
■ Impuls (Fadenachse/quer)	■ Impulsbilanz (Stromfaden/quer)
■ Umschlingungsreibung	■ Blendengesetz

Massenbilanzen

Der Zustand innerhalb einer Strecke wird durch die Massenbilanz des ein- und ausströmenden Fadens bestimmt. Die Feinheit *Tt* ändert sich über der Zeit mit der Differenz von Einström- und Ausströmgeschwindigkeit.

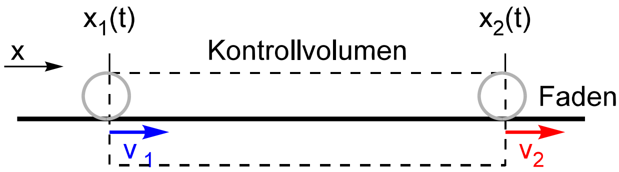


Bild 4: Kontrollvolumen für eine Fadenbilanz

Die Bilanzgleichung unter der Berücksichtigung variabler Position der Streckenendpunkte lautet:

$$\frac{d}{dt}\int_{x_1(t)}^{x_2(t)} Tt \; dx = Tt\cdot\left(\underbrace{(v_1-\dot{x}_1)}_{v_{rel,1}}-\underbrace{(v_2-\dot{x}_2)}_{v_{rel,2}}\right) \tag{1}$$

Definiert man v_1 und v_2 als Absolutgeschwindigkeiten der Fäden in die aktuelle Fadenrichtung, kann man diese Gleichung zu

$$\dot{Tt}\cdot L = Tt(v_1 - v_2) \tag{2}$$

vereinfachen und erhält die Differentialgleichung 1. Ordnung für die Zustandsänderung der Fadenfeinheit.

Fadenkraftgesetz

Die Fadenkraft ist vom Dehnungszustand abhängig. Um elastische und viskose Anteile berücksichtigen zu können, kann die Kraft sowohl von der Dehnung als auch von der Dehnungsänderungsgeschwindigkeit abhängen: $F = F(\varepsilon, \dot{\varepsilon})$. Da sowohl die Dehnung als auch ihre zeitliche Änderung eine Funktion der Fadenfeinheit *Tt* sind, kann man die Fadenkraft wie folgt berechnen (Beispiel linear-viskoelastisch, Koeffizienten *c* und *d*):

$$F = -c\frac{Tt - Tt_0}{Tt_0} - d\frac{\dot{Tt}}{Tt_0} > 0 \tag{3}$$

Die Fadenkraft muss jedoch immer >0 sein, da Fäden keine Zugkraft übertragen können. Deshalb muss das Fadenkraftgesetz eine Ungleichung sein. Dies kann man physikalisch wie folgt interpretieren: Strömt in eine Fadenstrecke mehr Faden ein als aus, nimmt die Fadenfeinheit immer mehr zu. In dem Moment, in dem der Faden entspannt ist, wird die Grundfeinheit erreicht. Setzt sich der Einströmvorgang fort, entsteht Durchhang. Dies lässt sich aber auch als Fadenverdickung interpretieren. Es muss lediglich die Fadenkraft in dieser Phase zu Null gesetzt werden. Kehrt sich die Strömungsbilanz um, tritt erst wieder Fadenkraft auf, wenn der Durchhang aufgezehrt ist und wieder eine Feinheit des Fadens kleiner der Grundfeinheit erreicht ist.

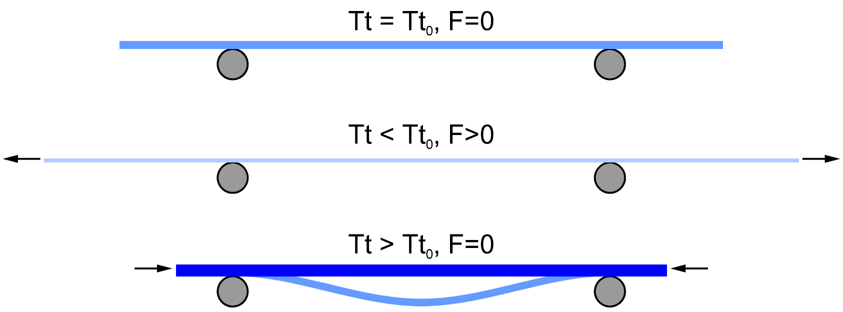


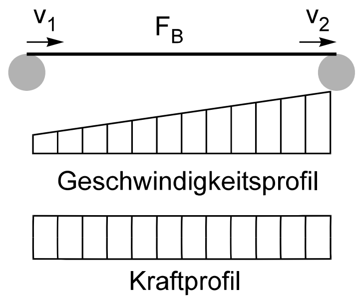
Bild 5: Der Zusammenhang zwischen Fadenkraft und Fadenfeinheit bei verschiedenen Spannungszuständen

Bewegungsgleichung

Die Bewegungsgleichung beschreibt die zeitlichen Änderungen der Ein- und Ausströmgeschwindigkeiten an den Streckenenden. Wenn an einem Fadenstück an den Enden verschiedene Geschwindigkeiten vorliegen, kann man von einer linearen Zunahme der Geschwindigkeit in der Strecke ausgehen. Diese Annahme ist gerechtfertigt, wenn die Geschwindigkeiten deutlich unterhalb der longitudinalen Wellenausbreitungsgeschwindigkeit des Fadens liegen (bei Baumwolle ca. 2000 m/s).

$$v(x,t) = \begin{pmatrix} \frac{L-x}{L} & \frac{x}{L} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_1(t) \\ v_2(t) \end{pmatrix} = \mathbf{w}(x)^{\mathbf{T}} \mathbf{q}(t)$$

$$\mathbf{M} = Tt \int_0^L \mathbf{w}(x) \mathbf{w}^T(x) dx = Tt \cdot L \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{6} \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$$



Die Massenmatrix ergibt sich als Ortsintegralmatrix. Fügt man nun zwei benachbarte Strecken zusammen, kann man für dieses System die Bewegungsgleichung aufstellen.

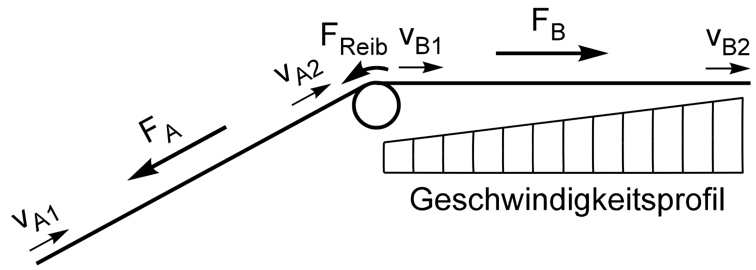


Bild 6: Zwei Fadenstrecken ergeben eine Bewegungsgleichung

$$L_A Tt_A \left(\tfrac{1}{6}\dot{v}_{A1} + \tfrac{1}{3}\dot{v}_{A2}\right) + L_B Tt_B \left(\tfrac{1}{3}\dot{v}_{B1} + \tfrac{1}{6}\dot{v}_{B2}\right) = F_B - F_A - F_{reib} \qquad (4)$$

Diese Gleichungen stellen die Zustandsgleichungen für die Zustände „Ein-/Ausströmgeschwindigkeit dar. Da in einer Gleichung jeweils die benachbarten Geschwindigkeiten mit auftreten, ergeben die Gleichungen (4) zusammen ein lineares System von Gleichungen für jeden Faden. Die Erste und letzte Geschwindigkeit eines Fadens ist jeweils eine Randbedingung, die durch Auf- oder Abwickelvorgänge in der Maschine bestimmt wird.

Zwangsbedingungen und Zusammensetzen des Systems

Die Ein- und Ausströmgeschwindigkeit der Fäden an einer Umlenkung sind nicht unabhängig voneinander. Hier gilt analog zum Strömungsmodell die Kontinuitätsgleichung. Die Ein- und Ausströmgeschwindigkeiten an einer feststehenden Umlenkung sind jedoch nicht gleich. Da sich durch die Reibung an der Umlenkung die Spannung und damit der Querschnitt ändert, ist dies bei der entsprechenden Zwangsbedingung zu berücksichtigen.

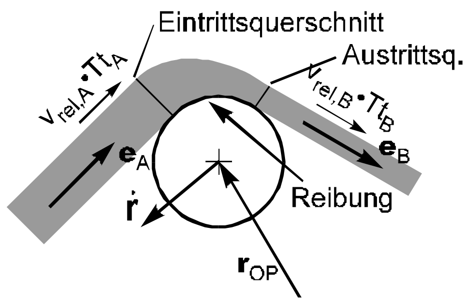


Bild 7: Die Massenbilanz einer umströmten Umlenkung

Zusätzlich muss bei einer bewegten Umlenkung darauf geachtet werden, dass die Kontinuitätsgleichung die Fadengeschwindigkeiten relativ zur Umlenkung miteinander verknüpft, die in Gleichung (4) verwendeten Geschwindigkeiten und Beschleunigungen jedoch Absolutgrössen sind. Die Zwangsbedingung für einen Faden lautet somit:

$$Tt_A \cdot \underbrace{(v_{A2} - \mathbf{e}_A^T \dot{\mathbf{r}})}_{v_{rel,A}} - Tt_B \cdot \underbrace{(v_{B1} - \mathbf{e}_B^T \dot{\mathbf{r}})}_{v_{rel,B}} = \Delta \dot{m} \tag{5}$$

Diese Gleichung wird noch differenziert, anschliessend kann man aus den Bewegungsgleichungen und den Zwangsbedingungen alle Ausströmbeschleunigungen eliminieren und erhält ein System vom Typ $\mathbf{M} \cdot \dot{\mathbf{v}}_E = \mathbf{b}$ für alle Einströmbeschleunigungen eines Fadens. Ein derartiges Gleichungssystem muss für jeden Faden der Maschine, der berücksichtigt wird, aufgestellt werden.

Fäden aus Naturfasern sind „Maschinenelemente“ mit schwankenden Materialeigenschaften. Für eine Simulation muss deshalb mit Mittelwerten gerechnet werden. Diese Mittelwertbildung ermöglicht jedoch auch eine deutliche Modellvereinfachung. In einer Webmaschine werden mehrere tausend Fäden parallel bearbeitet. Tatsächlich wird aber eine grosse Zahl der Fäden von der Maschine jeweils „gleich“ behandelt. Das heisst, sie werden gleichzeitig gehoben oder gesenkt, gleichzeitig gedehnt oder entspannt. Alle Fäden die nun von einer Maschine gleich behandelt werden, werden für die Simulation zu einem „repräsentativen Faden“ zusammengefasst. Lediglich die Kraftwirkung der Fäden muss mit der entsprechenden Zahl der zusammengefassten Fäden multipliziert werden. Somit kann bei typischen Webmaschinenanwendungen mit 2-12 repräsentativen Fäden gerechnet werden.

In einer Webmaschine werden die Einzelfäden nach dem Schusseintrag zum Gewebe verbunden. Danach verlieren die Fäden ihre Eigenständigkeit, im Gewebe sind keine Relativbewegungen der Fäden untereinander mehr möglich. Das Gewebe wird wie ein Faden mit veränderten Materialparametern betrachtet: Es ist weicher aufgrund der jetzt gekrümmten Fäden und steifer aufgrund der zusätzlichen Masse der Schussfäden.

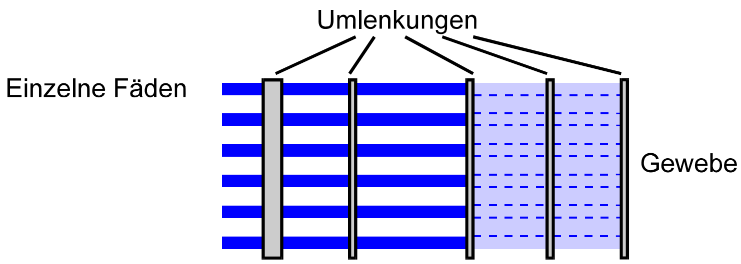


Bild 8: Der Übergang Faden zu Gewebe

Die Gleichungen der einzelnen Fäden werden durch zusätzliche Zwangsbedingungen miteinander verknüpft, die gewährleisten, dass im Bereich des Gewebes alle Einströmgeschwindigkeiten gleich sind.

4. Das erweiterte Modell der Umschlingungsreibung

Für die korrekte Berechnung des Reibungsverhaltens eines Fadens an den entsprechenden Umlenkelementen ist die Berücksichtigung von geschwindigkeits-abhängigen Reibkoeffizienten $\mu = \mu(v_{rel})$ sowie von Haft-Gleit-Übergängen beim Reibrichtungswechsel erforderlich.

Bei der Berechnung der Reibung eines Fadens um ein Umschlingungselement wird üblicherweise mit der „Euler-Eytelwein"–Formel gearbeitet:

$$\frac{F_1}{F_2} = e^{\mu(v_{rel})\cdot\alpha} \tag{6}$$

Diese Gleichung stellt den Zusammenhang zwischen den Fadenkräften F_1 und F_2 vor und nach dem Umlenkelement, dem Reibkoeffizienten μ und dem Umschlingungswinkel α her. Definiert man den Reibkoeffizienten als Grösse, die abhängig von der Relativgeschwindigkeit auch negativ werden kann, kann man auf weitere Fallunterscheidungen der Gleichung verzichten. Die Reibkraft wird als Differenz der Fadenkräfte $F_{reib} = F_2 - F_1$ definiert.

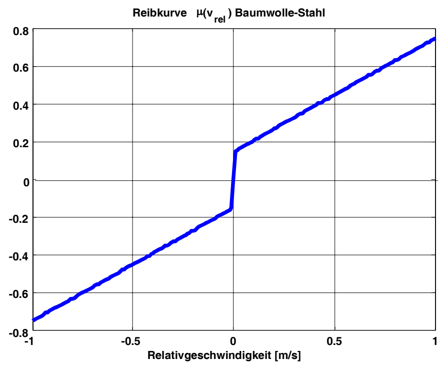


Bild 9: Typische Reibkurve geschlichtete Baumwolle – Stahl

Die Haftphase bei verschwindender Relativgeschwindigkeit wird durch einen steilen Anstieg in der Nähe des Nullpunkts angenähert. Diese Formulierung des Haft-Gleit-Phänomens hat Vor- und Nachteile, die sich wie folgt zusammenfassen lassen:

- Die stetige Kurve verursacht keine Strukturänderungen in der Topologie des Systems. Es werden keine Freiheitsgrade ge- oder entsperrt, entsprechende Fallunterscheidungen finden nicht statt. Die Formulierung des Systems sowie der Löser sind einfacher
- Der steile Anstieg der Reibkurve in der Nähe des Nullpunktes verursacht numerische Schwierigkeiten, die zu längerer Rechenzeit beim Passieren des Haft-Gleit-Übergangs führen
- Es kann kein „echtes" Haften geben. Auch wenn sich der Reibkoeffizient im Bereich des steilen Anstiegs befindet, ist immer ein leichtes Kriechen möglich. Dies stellt jedoch bei Textilmaschinen kein ernstes Problem dar, da durch die zyklische Arbeitsweise mit permanentem Fadentransport sowieso nur kurze Haftphasen auftreten und somit der dabei entstehende Fehler vernachlässigbar ist.

Die „Euler-Eytelwein“ Gleichung stellt eine feste Beziehung zwischen den Fadenkräften vor und nach einem Umlenkelement her. Im vorgestellten Modell sind jedoch die Fadenkräfte abhängig von der Fadenfeinheit im entsprechenden Abschnitt, die ihrerseits eine Zustandsgrösse zur Systembeschreibung ist. Somit stellt die Gleichung der Umschlingungsreibung eine Zwangsbedingung dar, welche zwei Zustandsgrössen in unzulässiger Weise koppelt und somit aufgelöst werden muss. Entspricht das Verhältnis der Kräfte nicht dem vorgegebenen Verhältnis, kann das in folgender Weise physikalisch interpretiert werden:

- Ist der Betrag des Kraftverhältnis kleiner, als die Gleichung (6) vorgibt heisst dies, dass eigentlich bereits Haften vorliegen sollte, eine immer noch vorhandene Relativgeschwindigkeit wird demnächst zum Erliegen kommen.
- Ist der Betrag des Kraftverhältnis grösser, als die Gleichung (6) vorgibt heisst dies, dass der Kraftunterschied grösser ist, als die Reibkraft zwischen den beiden Strecken. Diese Differenz wird eine sofortige Beschleunigung des Fadentransports entlang des Umlenkelements auslösen, bis der Gleichgewichtszustand erreicht ist.

In beiden Fällen erkennt man, dass es sich um physikalisch sinnvolle Ungleichgewichts-Zustände handelt, die eine sofortige Beschleunigung oder Verzögerung des Fadens zur Folge haben wird und dadurch schnell eine Gleichgewicht hergestellt wird. Die vorgestellte Erweiterung des Reibkraftgesetzes hat somit nur die Aufgabe inkonsistente Anfangsbedingungen zu beseitigen sowie kleine Toleranzen während der Simulation zu beseitigen. Im „Betrieb“ wird sich immer ein Verhältnis, wie es in Gleichung (6) beschrieben ist, einstellen.

Die erweiternde Formulierung des Umschlingungsreibgesetzes basiert auf den Annahmen:

- Die aus der Zustandsgrösse „Fadenfeinheit“ unmittelbar folgende Fadenkraft gilt nur in der Mitte der Fadenstrecke
- Das Umschlingungsreibgesetz stellt die Beziehung zwischen den Kräften an den Streckenenden an der Umlenkung her
- Zwischen Mitte und Rand erfolgt eine lineare Zunahme der Kraft

Diese Vorgehensweise ist auf der folgenden Abbildung für den Fall „zu grosse Kraftdifferenz“ dargestellt.

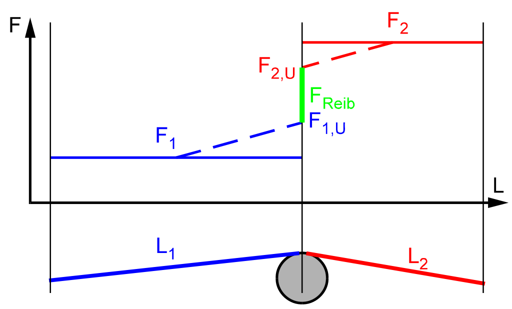


Bild 10: Kräftehaushalt an einer Umlenkung bei Ungleichgewicht

Für das Kraftverhältnis gemäss „Euler-Eytelwein“ wird die Konstante $k = e^{\mu\alpha}$ eingeführt. Die Kräfte in den Strecken 1 bzw. 2 (Längen L_1 und L_2) unmittelbar an der Umlenkung werden mit $F_{1,U}$ und $F_{2,U}$ bezeichnet. Für diese Kräfte gilt $F_{2,U} = k \cdot F_{1,U}$, ebenso $F_{reib} = F_{2,U} - F_{1,U}$. Mit der Annahme eines linearen Zuwachses der Kräfte im Faden zwischen Mitte und Rand lassen sich die Fadenkräfte mit

$$\frac{F_2 - F_{2,U}}{L_2} = \frac{F_{1,U} - F_1}{L_1} \tag{7}$$

in Beziehung setzen. Nun kann man die Kräfte unmittelbar an der Umlenkung eliminieren und erhält die Beziehung

$$F_{reib} = (k-1)\frac{L_1 F_2 + L_2 F_1}{k \cdot L_1 + L_2}, \tag{8}$$

welche die Reibkraft an der Umlenkung in Abhängigkeit der benachbarten Fadenkräfte, der Relativgeschwindigkeit und des Umschlingungswinkels darstellt. Der Fall des Gleichgewichtszustandes F_2 = k•F_1 ist in Gleichung (8) enthalten, dann gilt F_{reib} = (k-1)•F_2.

5. Numerische Simulation

Das Gesamtsystem der Webmaschine setzt sich aus den Zustandsgleichungen der Fäden (Feinheit und Einströmgeschwindigkeit) sowie der Bewegungsgleichungen der Umlenkelemente zusammen. Die Bewegungsgleichungen der Umlenkelemente sind klassische Maschinendynamik und werden hier nicht dargestellt. Das Gesamtsystem wird durch eine gewöhnliche Differentialgleichung $\dot{\mathbf{y}} = \mathrm{f}(\mathbf{y}, t, \mathbf{u})$ beschrieben. Der Ablauf der Auswertung dieser Gleichung ist auf der folgenden Abbildung dargestellt:

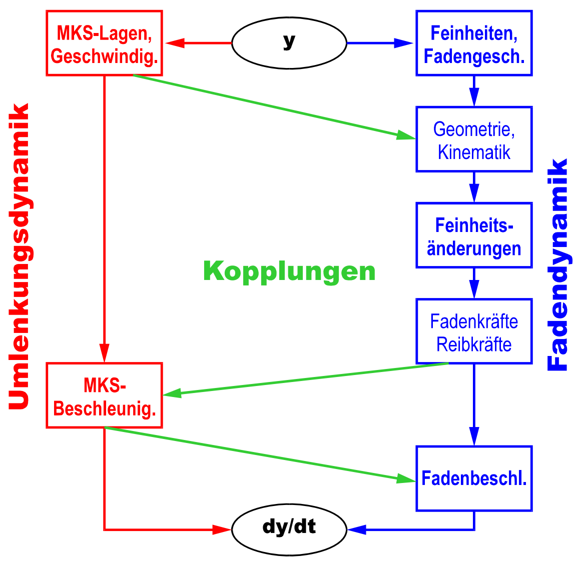


Bild 11: Ablauf der numerischen Simulation

Das nichtlineare Differentialgleichungssystem kann mit Standard-Integratoren numerisch integriert werden.

6. Beispiel Greiferwebmaschine

Die in den vorangegangenen Abschnitten dargestellten Gleichungen sind in einem Simulationstool implementiert. Es läuft innerhalb des Programmsystems Matlab und ist vollständig GUI-gesteuert. Bild 12 zeigt als Beispiel den Modelleditor mit einem Ersatzsystem einer Greiferwebmaschine.

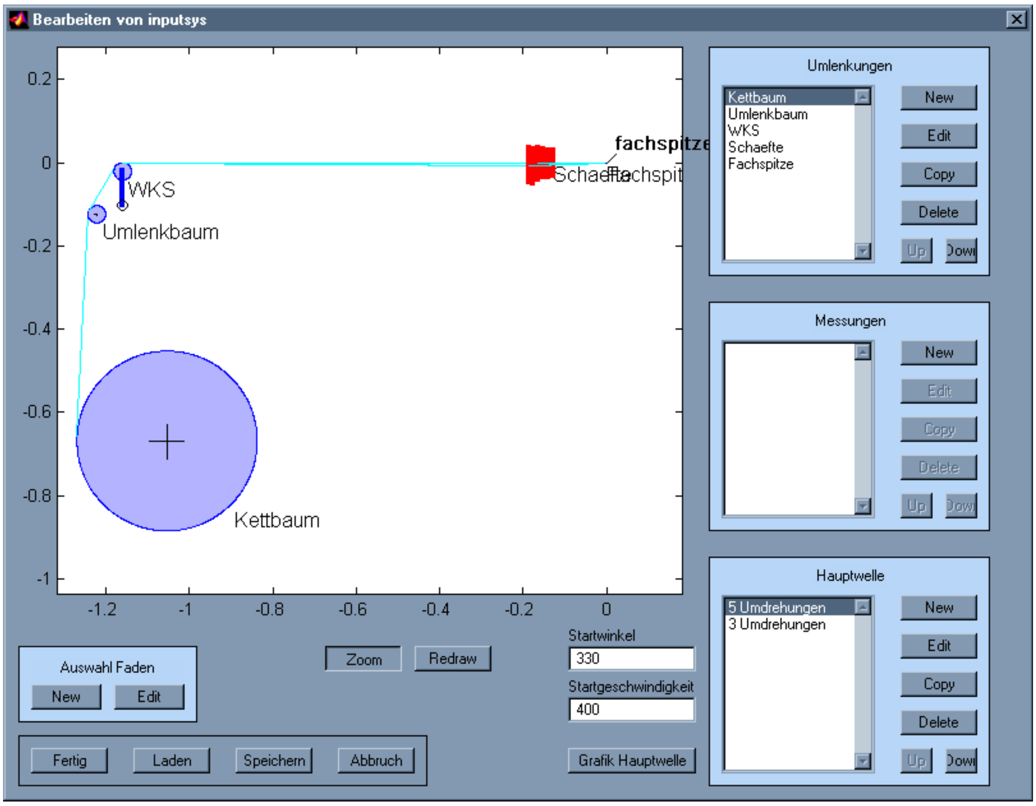


Bild 12: GUI des Simulationsprogramms mit Greiferwebmaschinen-Modell

Das System reicht vom Kettbaum links unten bis zur Fachspitze oben rechts. Der Gewebeanteil wurde für die Aufgabenstellung nicht benötigt und weggelassen. Die Schäfte (senkrechte Balken vor der Fachspitze) dienen dazu, die Kettfäden wechselweise zu trennen und den Schusseintrag zu ermöglichen. Es wird mit 6 Schäften eine sogenannte 2:1 Bindung gewoben. Diese Bindung liegt z.B. auch dem Jeansstoff zugrunde. Die Hubkurven der 6 Schäfte sind phasenverschoben und haben unterschiedliche Hubhöhen und Nullagen (Bild 12).

Um die Verlängerungen und Verkürzungen der Fäden auszugleichen, befindet sich in der Maschine ein Fadenspannelement, das in der Schemazeichnung oben links erkennbar ist und durch die Elemente “Umlenkbaum” und “WKS” gebildet wird. Die Funktion des Elements ist auf Bild 13 rechts dargestellt.

Die obere Umlenkewalze ist auf einem Hebel gelagert. Der Hebel ist durch einen Torsionsstab vorgespannt (repräsentiert durch die Feder K und den Dämpfer D) und für die Grundspannung der Kettfäden mit verantwortlich. Im Hebelgelenk ist auch eine Reibstelle vorhanden. Die Walze ist gegenüber dem Hebel drehbar gelagert. Dort ist allerdings eine erhebliche Reibung vorhanden, da die Umlenkealze nur auf dem Hebelende abrollt (angedeutet durch zwei kleine Rollen). Die letzte wichtige Reibstelle im System ist der Kontakt zwischen Fäden und Walze.

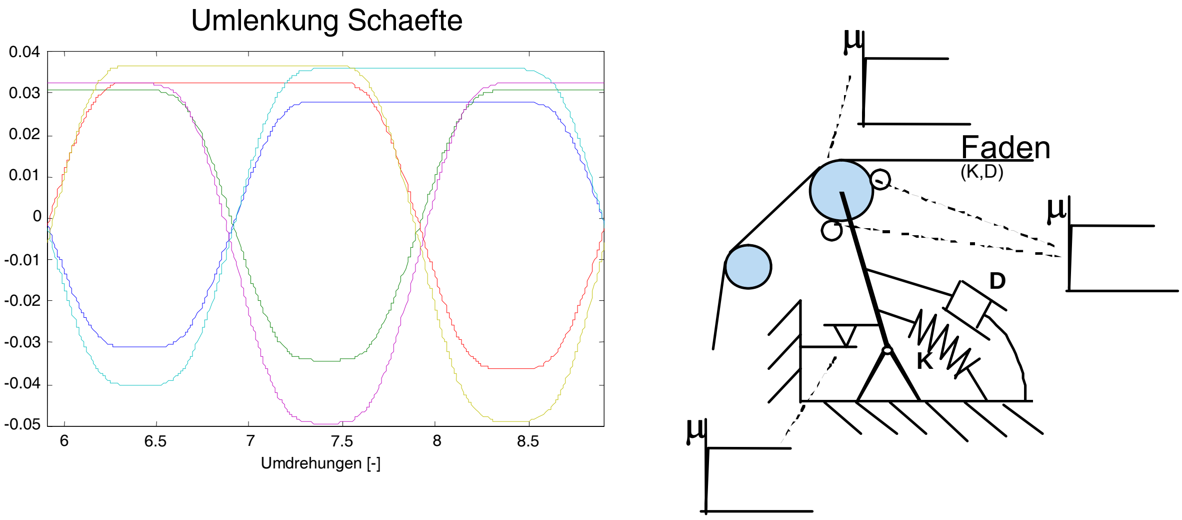


Bild 13: Hubkurven der Schäfte und Schema der Spanneinrichtung

Somit befinden sich im Spannsystem insgesamt 3 Reibstellen, deren Zusammenspiel für die richtige Berechnung der Fadenkräfte von besonderer Bedeutung ist. Zwei Reibstellen befinden sich zwischen Maschinenelementen und eine Reibstelle ist am Kontakt des Fadens zur Umlenkung.

Ergebnisse der Elementbewegungen

Auf der folgenden Abbildung sind die Bewegung des Spannhebels und der Rolle relativ zum Hebel dargestellt. Auf der x-Achse ist der Drehwinkel der Hauptwelle der Webmaschine aufgetragen. Es sind 3 volle Maschinenumdrehungen dargestellt, da dies einem vollen Musterrapport entspricht. Danach wiederholt sich der gesamte Vorgang.

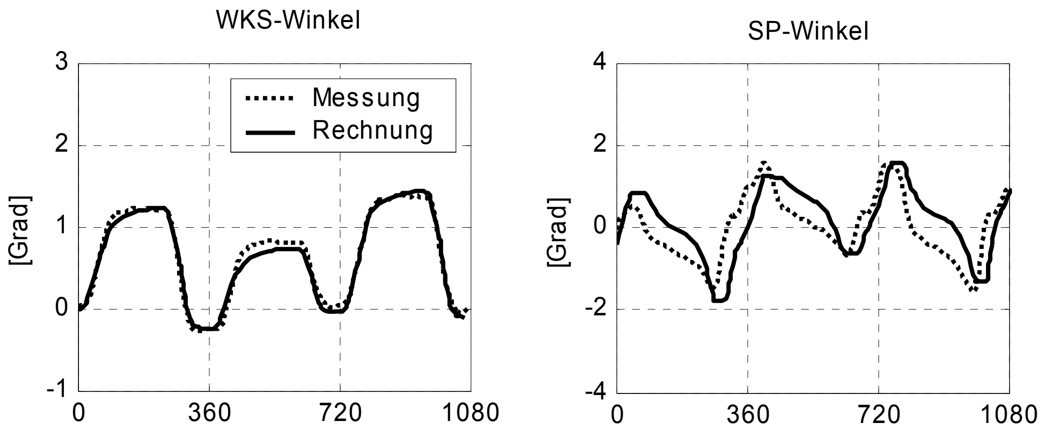


Bild 14: Vergleich Rechnung mit Messung der Bewegung des Spannelements

Bei konstanter Drehzahl ist diese Achse proportional der Zeitachse. Der Hebel bewegt sich pro Hauptwellenumdrehung der Maschine einmal vor und zurück. Die Amplitude des Hebels beträgt ca. 1,5° und weist deutliche Haftphasen in beiden Endlagen auf. Die Walze führt ebenfalls Vor- und Rückbewegungen mit einer Amplitude von ca. 3° aus und zeigt auch leichte Haftphasen in der Endlage.

Ergebnisse der Kettfadenkräfte

Da die Webmaschine mit 6 Schäften ausgestattet ist, wird im Modell mit 6 repräsentativen Fäden gerechnet. Die Simulationsergebnisse für die Kräfte in den 6 Fäden werden mit Messungen verglichen (Bild 15).

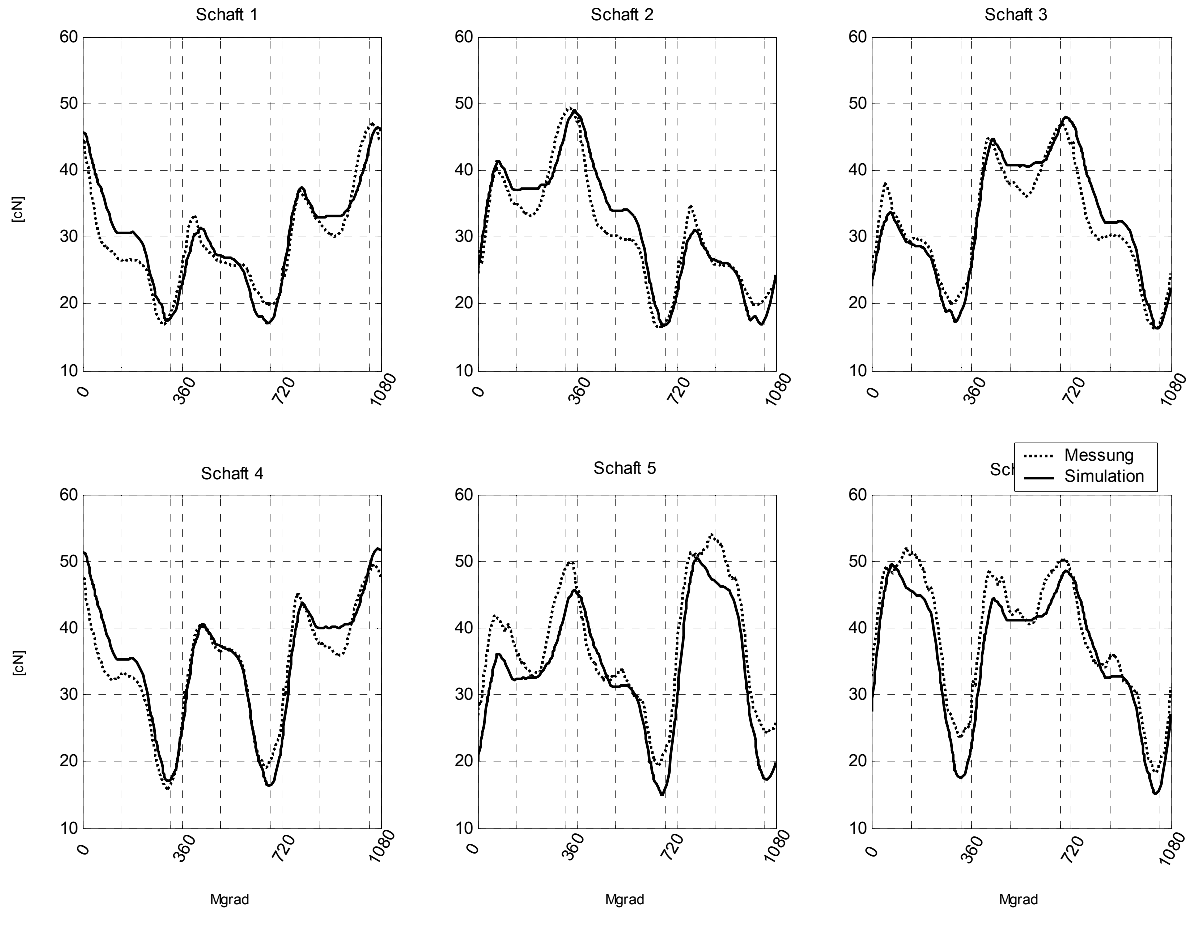


Bild 15: Vergleich Rechnung mit Messung der Fadenkräfte

Es zeigt sich eine gute Übereinstimmung zwischen gemessenen und berechneten Kraftverläufen. Die Kraftverläufe sind in der Einheit cN dargestellt, die in der Textiltechnik für derartige Verläufe häufig verwendet wird. Zu beachten sind die unterschiedlichen Verläufe der 6 Fäden, die im wesentlichen durch die unterschiedlichen Hübe der Schäfte verursacht werden.

Kontakt Faden zum Umlenkelement

Im Bild 16 sind die berechneten Relativbewegungen der Fäden zum Spannelement dargestellt. Dieses Ergebnis kann nicht mit einer Messung verglichen werden und zeigt die hohe Dynamik, die in diesem Vorgang steckt. Die Fäden bewegen sich ständig relativ zur Walze, horizontale Geradenabschnitte zeigen temporäre Haftphasen an.

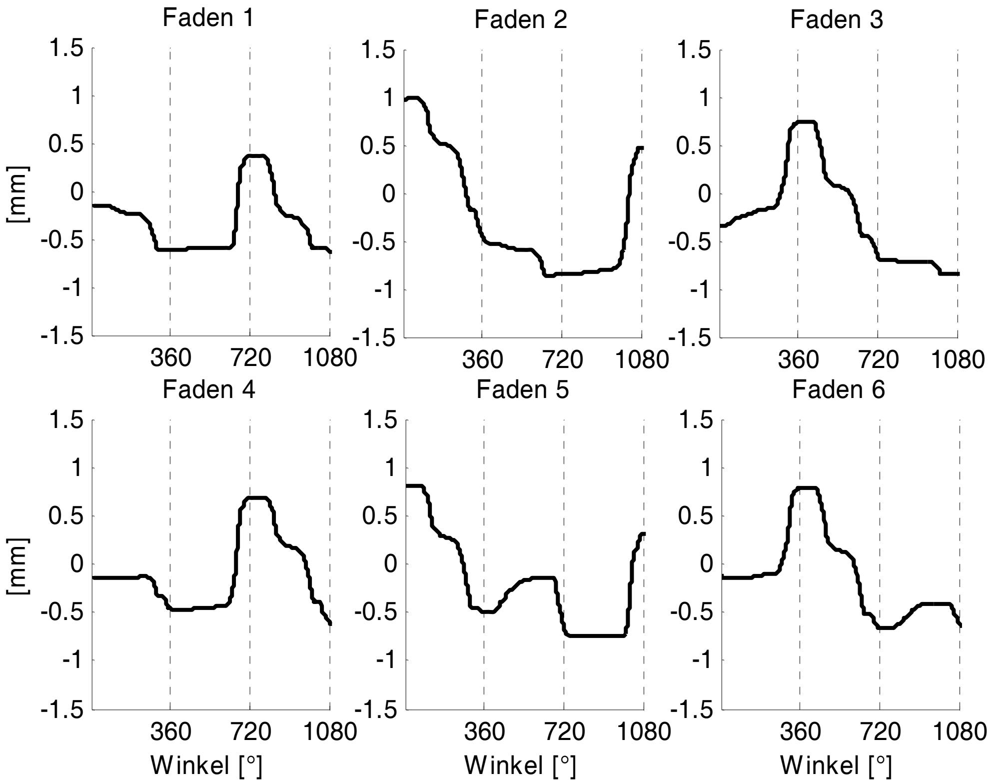


Bild 16: Vergleich Rechnung mit Messung der Fadenkräfte