

Aufgabe 4:

Beh.: Auf jedem normierten Raum ist die Norm eine stetige Funktion.

Beweis:

Sei  $(X, \|\cdot\|)$  ein normierter Raum.

Dann gilt für alle  $x, y \in X$  die Dreiecksungleichung nach unten, d.h.

$$|\|x\| - \|y\|| \leq \|x - y\|.$$

Diese Ungleichung zeigt, daß  $\|\cdot\|$  Lipschitzstetig (mit Lipschitzkonstante 1) ist, und insbesondere ist  $\|\cdot\|$  stetig.  $\square$