

II C 2. NUMERISCHE UND GRAPHISCHE QUADRATUR UND INTEGRATION GEWOHNLICHER UND PARTIELLER DIFFERENTIALGLEICHUNGEN.

VON

C. RUNGE UND FR. A. WILLERS
GÖTTINGEN. CHARLOTTENBURG.

Inhaltsübersicht.

I. Numerische und graphische Quadratur.

1. Allgemeines.
2. Methoden, die gegebene Abszissen verwenden.
 - a) Allgemeines.
 - b) Methode von *Newton-Cotes*.
 - c) Methode von *Mac Laurin*.
3. Methode von Gauß.
 - a) Bestimmung der Abszissen.
 - b) Die Koeffizienten.
 - c) Fehlerabschätzung.
4. Spezielle Fälle der Gaußschen Formel.
 - a) $\varphi(x) = 1$.
 - b) $\varphi(x) = (1-x)^{\lambda}(1+x)^{\mu}$.
 - c) $\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$.
 - d) $\varphi(x) = \sqrt{1-x^2}$.
 - e) $\varphi(x) = \sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$.
 - f) $\varphi(x) = \sqrt{x(x-\alpha)(x-\beta)}$.
 - g) $\varphi(x) = e^{-x^2}$.
 - h) $\varphi(x) = e^{-x}$.
5. Verallgemeinerung der Methode von Gauß.
 - a) Formeln von *August*.
 - b) Verallgemeinerung von *Christoffel*.
 - c) Mehrfache Integrale.
6. Methode von *Massau*.
7. Methoden, bei denen die Koeffizienten gegeben sind.
 - a) Allgemeines.
 - b) $\varphi(x)$ ist eine gerade Funktion.
 - c) $\varphi(x)$ ist eine ungerade Funktion.

8. Formeln, die durch Kombination entstehen.
9. Die Eulersche Formel.
10. Formeln der Differenzenrechnung.
11. Annäherung durch mehrere Parabeln.
12. Methoden der graphischen Quadratur.
 - a) Allgemeines.
 - b) Bestimmung der mittleren Ordinaten und Abszissen.
 - c) Einzeichnen der Integralkurve.
 - d) Erweiterungen und Ergänzungen.
 - e) Einige Anwendungen.
13. Kubatur.
 - a) Kubatur durch eine Quadratur.
 - b) Allgemeine Betrachtungen.
 - c) Rechteckige und kreisförmige Begrenzung.
 - d) Zerlegung in Teilgebiete.
 - e) Graphische Methoden.
14. Differentiation.
 - a) Numerische Methoden.
 - b) Graphische Methoden.

II. Numerische und graphische Integration gewöhnlicher Differentialgleichungen.

15. Graphische Methoden.
 - a) Methode von Czuber.
 - b) Methode der Isoklinen.
 - c) Methode der Krümmungsradien.
16. Numerische Methoden.
 - a) Darstellung um einen Punkt.
 - b) Methoden von *Runge-Heun-Kutta*.
 - c) Methoden der Differenzenrechnung.
17. Asymptotische Integration.
18. Methode der sukzessiven Approximation.
 - a) Graphische Methode von Runge.
 - b) Numerische Methoden von Cotton, Bärwald usw.
 - c) Methoden der Himmelsmechanik.

III. Graphische und numerische Integration partieller Differentialgleichungen.

19. Methoden, welche die reellen Charakteristiken bestimmen.
 - a) Gleichungen erster Ordnung.
 - b) Gleichungen zweiter Ordnung.
 - c) Systeme simultaner Gleichungen.
20. Graphische Methoden zur Integration der Gleichungen mit imaginären Charakteristiken.
 - a) Methode von *Maxwell*, angenäherte Erfüllung der Randbedingungen.
 - b) Methoden, die der Differentialgleichung in endlichen Stücken möglichst genügen und eine Randbedingung streng erfüllen.