Elektrodynamik für das Lehramt WS 21/22

DR. L. JANSSEN

8. Übung (Besprechung: 06.-10.12.21)

1. Elektrisches Feld an einer metallischen Oberfläche

An einer unendlichen Grenzfläche (x-y-Ebene) eines Metalls ($z < 0$) zum Vakuum ($z > 0$) lässt sich die Ladungsdichte der beweglichen Elektronen als Funktion von z in guter Näherung durch

$$\rho_{\mathrm{El}}(z) = -\frac{\rho_0}{2}\left[\left(2 - \mathrm{e}^{-|z|/\beta}\right)\Theta(-z) + \mathrm{e}^{-|z|/\beta}\Theta(z)\right], \tag{1}$$

darstellen, wobei $\rho_0 > 0$ und $\beta > 0$ material- und temperaturabhängige Konstanten sind und $\Theta(z)$ die Heaviside'sche Sprungfunktion. Die Ladungsdichte der als ortsfest angenommenen Ionen sei $\rho_{\mathrm{I}}(z) = \rho_0\Theta(-z)$. Skizzieren Sie die Gesamtladungsdichte $\rho(z) = \rho_{\mathrm{El}}(z) + \rho_{\mathrm{I}}(z)$ und berechnen Sie das elektrostatische Potential $\varphi(z)$ sowie das dazugehörige elektrische Feld $\vec{E}(z)$ als Funktion von z.

Hinweis: Argumentieren Sie, dass $\varphi(\vec{r}) = \varphi(z)$ ein geeigneter Ansatz für das Potential ist, und integrieren Sie die Poisson-Gleichung $\Delta\varphi = -\frac{1}{\epsilon_0}\rho$ unter Verwendung dieses Ansatzes. Für das elektrische Feld gilt die Randbedingung $\vec{E}(z \to -\infty) = 0$. Warum?

2. Elektrisches Feld einer homogen geladenen Kugel

Betrachten Sie eine homogen geladene Kugel mit Radius R und Gesamtladung Q.

(a) Bestimmen Sie das elektrostatische Potential, indem Sie unter Ausnutzung der Symmetrie des Problems die Poisson-Gleichung direkt lösen.

(b) Was ergibt sich für das elektrische Feld innerhalb und außerhalb des Kugelradius?

Hinweis: In Kugelkoordinaten gilt $\nabla\varphi(r) = \vec{e}_r \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}\varphi(r)$ und $\Delta\varphi(r) = \frac{1}{r}\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}r^2}[r\varphi(r)]$.