

Elektrodynamik für das Lehramt WS 21/22

DR. L. JANSSEN

13. Übung (Besprechung: 24.-28.01.22)

1. Ebene elektromagnetische Wellen

Gegeben seien zwei komplexe elektrische Felder $\vec{E}_1 = \vec{E}_0 e^{i(kz - \omega t)}$ und $\vec{E}_2 = \vec{E}_0 e^{-i(kz + \omega t)}$, wobei \vec{E}_0 ein konstanter Vektor sei.

- (a) Welche Bedingung muss \vec{E}_0 erfüllen, damit diese Felder die homogene Wellengleichung

$$\left(\Delta - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \vec{E}(\vec{r}, t) = 0 \quad (1)$$

lösen? Welche Ausbreitungsrichtung haben die Felder?

- (b) Bestimmen Sie die zu den Feldern gehörigen magnetischen Flussdichten \vec{B}_1 und \vec{B}_2 .
- (c) Was ergibt sich für die physikalischen Felder, wenn (i) $\vec{E}_0 = E_0 \vec{e}_x$ bzw. (ii) $\vec{E}_0 = E_0(\vec{e}_x + i\vec{e}_y)$, wobei E_0 reell sei? Berechnen Sie jeweils die Energiedichte w und die Energiestromdichte \vec{S} .

Hinweis: Die physikalischen Felder ergeben sich durch Bildung des Realteils der komplexen Felder.

- (d) Welche physikalischen Felder ergeben sich jeweils durch Überlagerung der beiden Felder in den Fällen (i) bzw. (ii) aus (c)? Wie groß ist nun jeweils \vec{S} ?

Hinweis: Die Überlagerung erhalten Sie durch Vektoraddition der beiden Felder.

2. Wellenpakete

Das skalare Wellenfeld $u(x, t)$ genügt der Wellengleichung

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) u(x, t) = 0. \quad (2)$$

- (a) Bestimmen Sie $u(x, t)$ für $t > 0$ aus den Anfangsbedingungen für $u(x, t)$ und $\dot{u}(x, t) \equiv \frac{\partial}{\partial t} u(x, t)$ zur Zeit $t = 0$,

$$u(x, 0) = \alpha \frac{\varepsilon}{x^2 + \varepsilon^2}, \quad \dot{u}(x, 0) = 0, \quad (3)$$

wobei c die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Welle bezeichne und α und ε reelle Konstanten seien.

- (b) Zeichnen Sie die Funktion $u(x, t)$ zu Zeiten $t \ll \varepsilon/c$ und $t \gg \varepsilon/c$.

Hinweis: Sie können $u(x, t)$ beispielsweise als eine Komponente eines elektrischen Feldes, welches in y - und z -Richtung homogen ist, verstehen.