Elektrodynamik für das Lehramt   WS 22/23

DR. L. JANSSEN   **1. Übung (Besprechung: 17.-21.10.22)**

---

1. Linienintegral entlang eines geschlossenen Weges

Gegeben sei das Vektorfeld

$$\vec{E}(\vec{r}) = f_0 \left(\frac{3}{\alpha^2} x^2 + \frac{2}{\alpha} y \right) \vec{e}_x - f_0 \frac{9}{\alpha^2} yz \vec{e}_y + f_0 \frac{8}{\alpha^3} xz^2 \vec{e}_z \quad \text{mit } \alpha,\ f_0 = \text{konst.} \tag{1}$$

Berechnen Sie das Integral $\oint \mathrm{d}\vec{r} \cdot \vec{E}(\vec{r})$ entlang eines Kreises in der xy-Ebene mit Mittelpunkt $\vec{r}_0 = (0,0,0)$ und Radius α.

2. Eigenschaften der Deltafunktion

Die Dirac'sche Deltafunktion kann definiert werden durch die Eigenschaft

$$\int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{d}x \delta(x) f(x) = f(0) \tag{2}$$

für alle glatten und am Rande des Definitionsgebietes genügend abfallenden Testfunktionen $f(x)$. Benutzen Sie die obige Definition, um folgende Eigenschaften der Deltafunktion für glatte Testfunktionen $f(x)$ und $g(x)$ zu zeigen:

(a) $\int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{d}x \delta(x-a) f(x) = f(a)$

(b) $\int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{d}x x \delta(x) g(x) = 0$

(c) $\int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{d}x \delta(\alpha x) = \frac{1}{\alpha}$ für $\alpha > 0$

(d) $\int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{d}x \delta'(x) f(x) = -f'(0)$

Hinweis: Mathematiker/innen sprechen von einer *Distribution*, um anzuzeigen, dass diese Funktion im Sinne einer Anwendung auf Testfunktionen wie in Gl. (2) zu verstehen ist.

3. Ladungsdichte homogen geladener Körper

Die Heaviside'sche Sprungfunktion ist eine abschnittsweise stetige Funktion, die durch

$$\Theta(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } x < 0, \\ 1 & \text{für } x > 0 \end{cases} \tag{3}$$

definiert werden kann. Die Dirac'sche Deltafunktion kann als Ableitung der Sprungfunktion verstanden werden,

$$\delta(x) = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} \Theta(x). \tag{4}$$

Geben Sie mit Hilfe von Deltafunktion und Sprungfunktion die Raumladungsdichte $\rho(\vec{r})$ für

(a) einen (infinitesimal) dünnen, homogen geladenen Stab der Länge L in kartesischen Koordinaten,

(b) eine (infinitesimal) dünne, homogen geladene Kreischeibe mit Radius R in Zylinderkoordinaten,

(c) eine (infinitesimal) dünne, homogen geladene Kugelschale mit Radius R in Kugelkoordinaten

an. Die Gesamtladung sei in allen drei Fällen Q.

Link zur Vorlesungsseite: `https://tu-dresden.de/physik/qcm/lehre/ed-ws22`