

Elektrodynamik für das Lehramt WS 22/23

DR. L. JANSSEN

2. Übung (Besprechung: 24.-28.10.22)

1. Elektrisches Feld einer Kreisscheibe

Eine stationäre Ladungsverteilung $\rho(\vec{r})$ erzeugt ein elektrisches Feld

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int d^3\vec{r}' \rho(\vec{r}') \frac{\vec{r} - \vec{r}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3}. \quad (1)$$

- (a) Bestimmen Sie das elektrische Feld einer infinitesimal dünnen, homogen geladenen Kreisscheibe mit Radius R , der z -Achse als Symmetrieachse und der Flächenladungsdichte $\sigma = Q/(\pi R^2)$ in allen Punkten $\vec{r} = (0, 0, z)$ auf der Symmetrieachse.

Hinweis: Sie dürfen das Ergebnis von Aufgabe 3(b) der 1. Übung verwenden.

- (b) Welches Ergebnis folgt aus (a) für die Spezialfälle $z \ll R$ und $z \gg R$?
 (c) Welches Ergebnis folgt aus (a) im Limes $R \rightarrow \infty$?
 (d) Bestimmen Sie mittels (c) das Feld eines idealen Plattenkondensators.

Hinweis: Ein idealer Plattenkondensator besteht aus zwei unendlich ausgedehnten parallelen Ebenen im Abstand d mit entgegengesetzt gleich großen Flächenladungsdichten.

2. Kraft auf geladenen Stab

In Analogie zur Kraft auf eine Punktladung berechnet sich die Gesamtkraft \vec{F} auf eine Ladungsverteilung $\rho(\vec{r})$ im Volumen V aus

$$\vec{F} = \int_V d^3\vec{r} \rho(\vec{r}) \vec{E}(\vec{r}). \quad (2)$$

Ein homogen geladener Stab (Länge L , quadratischer Querschnitt mit Seitenlänge a , Gesamtladung Q) liegt entlang der z -Achse zwischen $z = A$ und $z = A + L$. Wie groß ist die Gesamtkraft auf den Stab, wenn sich dieser

- (a) in dem äußeren Feld $\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{z^2} \vec{e}_z$ befindet?
 (b) in dem Feld einer Punktladung q , die im Koordinatenursprung liegt, befindet? Nehmen Sie dabei an, dass der Stab dünn im Vergleich zur Länge des Stabes und zum Abstand Stab-Punktladung ist, $a \ll L, A$. Was erhält man, wenn zusätzlich noch $L \ll A$ gilt?

Hinweis: Führen Sie zunächst die z -Integration mithilfe der Substitution $u = z^2$ aus und machen Sie eine geeignete Näherung, bevor sie die x - und y -Integrationen ausführen.

3. Gradientenfeld

Berechnen Sie das Gradientenfeld $\text{grad } \phi(\vec{r}) := (\partial_x \phi(\vec{r}), \partial_y \phi(\vec{r}), \partial_z \phi(\vec{r}))$ für die folgenden skalaren Felder

- (a) $\phi(\vec{r}) = \gamma r^2$, wobei $\gamma \in \mathbb{R}$ eine beliebige Konstante,
 (b) $\phi(\vec{r}) = \frac{\vec{p} \cdot \vec{r}}{r^3}$, wobei $\vec{p} \in \mathbb{R}^3$ ein beliebiger konstanter Vektor.