
Rechenmethoden für Lehramt Physik

2. Übungsblatt

Wintersemester 2019/20

1. Dreiecksungleichung und Schwarzsche Ungleichung 5 Punkte

a) 2 Punkte

Zeigen Sie, dass die beiden Definitionen des Skalarprodukts

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z \quad (1)$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos(\theta) \quad (2)$$

äquivalent sind, wobei θ der von den Vektoren \vec{a} und \vec{b} eingeschlossene Winkel ist. Tipp: wählen Sie das Koordinatensystem geschickt!

b) 1 Punkt

Beweisen Sie den aus der ebenen Trigonometrie bekannten Kosinussatz mit Hilfe des Skalarprodukts.

c) 2 Punkte

Zeigen Sie, dass die Dreiecksungleichung

$$|\vec{a} + \vec{b}| \leq |\vec{a}| + |\vec{b}| \quad (3)$$

und die Schwarzsche Ungleichung

$$|\vec{a} \cdot \vec{b}| \leq |\vec{a}| |\vec{b}| \quad (4)$$

gelten.

2. Flächeninhalte 2 Punkte

Berechnen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks, das von den Punkten $(x, y) = (2, 0, 5)$, $(x, y) = (0, 1)$ und $(x, y) = (0, 0)$ aufgespannt wird mit Hilfe der Längen der Dreiecksseiten sowie mittels des Kreuzprodukts.

3. Umkehrfunktionen 2 Punkte

Geben Sie die Umkehrfunktionen folgender Funktionen an und zeichnen Sie die ersten drei Umkehrfunktionen gemeinsam mit der ursprünglichen Funktion.

(i) $f(x) = e^{x-1}$,

(ii) $f(x) = 5x - 1$,

(iii) $f(x) = \sin(2x)$,

(iv) Die Umkehrfunktion einer allgemeinen Umkehrfunktion $f^{-1}(5x)$.

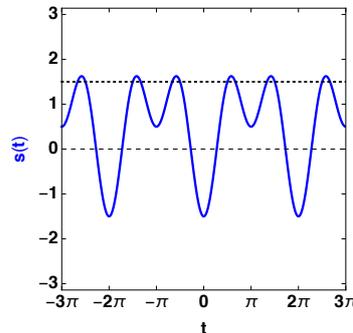
4. Präsenzaufgabe: Periodische Schwingung

5 Punkte

Ein Federpendel bewege sich periodisch mit Auslenkung

$$s(t) = 2 \sin^2(t) - \cos(t) - 0,5. \quad (5)$$

Die Auslenkung hat also folgende Form:



Zu welchen Zeitpunkten hat die Auslenkung den Wert $s = 1,5$?

Tipp: überlegen Sie sich, was $\sin^2(x) + \cos^2(x)$ ergibt (z. B. mittels der geometrischen Definition von Sinus und Kosinus).