
Rechenmethoden für Lehramt Physik

6. Übungsblatt

Wintersemester 2019/20

1. Eigenwerte und Eigenvektoren

13 Punkte

Bestimmen Sie von folgenden Matrizen jeweils die Eigenwerte und Eigenvektoren.

a)

3 Punkte

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 4 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}. \quad (1)$$

b)

5 Punkte

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}. \quad (2)$$

c)

5 Punkte

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -7 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (3)$$

2. Zusatzaufgabe: zur Matrixdiagonalisierung und Indexschreibweise

2 Punkte

In der Vorlesung haben Sie gelernt/werden sie lernen, dass eine diagonalisierbare Matrix M auf ihre Diagonalform M_{diag} gebracht werden kann, indem man sie mit einer passenden Transformationsmatrix U wie folgt transformiert:

$$M_{\text{diag}} = U^{-1} M U. \quad (4)$$

Dabei sind die Spalten Matrix U durch die Darstellung der Eigenvektoren \vec{v}_i in der ursprünglichen Basis gegeben:

$$M \vec{v}_i = \lambda_i \vec{v}_i \quad \Rightarrow \quad U = (\vec{v}_1 \dots \vec{v}_n). \quad (5)$$

Zeigen Sie, dass für orthonormale Eigenvektoren die Transformationsmatrix U durch Transposition invertiert wird, dass also $U U^T = \mathbb{1}$ gilt. Nutzen Sie hierzu die Indexschreibweise.