
Rechenmethoden für Lehramt Physik

4. Übungsblatt

Wintersemester 2018/19

1. Determinanten und ihre Rechenregeln

5 Punkte

a)

1 Punkt

Berechnen Sie die Determinante der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 8 \\ -7 & 3 & 0 \\ 1 & 1 & 5 \end{pmatrix}. \quad (1)$$

b)

2 Punkte

Berechnen Sie die Inverse der Matrix mit dem Gauß-Jordan-Verfahren.

c)

2 Punkte

Berechnen Sie nun die Determinante von A^{-1} und machen Sie sich klar, dass Ihr Ergebnis mit den allgemeinen Rechenregeln für Determinanten (Kapitel 3.4.5) zusammenpasst.

2. Der Entwicklungssatz für Determinanten

3 Punkte

Berechnen Sie die Determinante der Matrix

$$M = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 5 & 2 \\ 3 & 4 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 5 & 3 \\ 2 & 4 & 0 & 2 \end{pmatrix} \quad (2)$$

mit Hilfe des Entwicklungssatzes.

3. Rechenregeln der Spur

2 Punkte

Berechnen Sie für die Matrizen

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \quad (3)$$

die Spur $\text{Sp}(BC)$. Wie erklären Sie sich das Ergebnis in Anbetracht der allgemeinen Rechenregeln für die Spur (Kapitel 3.2) und des Ergebnisses der Präsenzaufgabe des letzten Übungsblatts?

4. Allgemeine Vektorzerlegung

2 Punkte

Gegeben sein beliebiger drei-komponentiger Vektor \vec{a} und ein beliebiger drei-komponentiger Einheitsvektor \vec{n} . Zeigen Sie, dass

$$\vec{a} = \vec{n} (\vec{a} \cdot \vec{n}) + \vec{n} \times (\vec{a} \times \vec{n}) \quad (4)$$

gilt. Diskutieren Sie Ihr Ergebnis in Hinblick auf eine Vektor-Zerlegung.

5. Präsenzaufgabe: Rechnen mit Indizes und ϵ -Tensor 4 Punkte

a) 1 Punkt
Beweisen Sie die zyklische Eigenschaft der Spur,

$$\text{Sp}(D E) = \text{Sp}(E D) \tag{5}$$

für eine allgemeine $(m \times n)$ -Matrix D und eine allgemeine $(n \times m)$ -Matrix E indem Sie die Spur in Komponenten schreiben.

b) 3 Punkte

Beweisen Sie die BAC-CAB-Formel vom ersten Übungsblatt mit Hilfe des ϵ -Tensors. Tipp: machen Sie sich klar, dass es reicht die Regel für die (allgemein gelassene) i -te Komponente zu beweisen.