Technische Universität Dresden Fachrichtung Physik K.Prokert 09/2001 M. Lange 12/2008	Physikalisches Praktikum Versuch: **DI**

Diffusion

Inhaltsverzeichnis

1. Aufgabenstellung
2. Grundlagen
3. Versuchsdurchführung
4. Hinweise zur Versuchsdurchführung

1. Aufgabenstellung

Der Diffusionskoeffizient zwischen einer NaCl – Lösung und destilliertem Wasser ist mit der Schlierenmethode nach WIENER zu bestimmen.

2. Grundlagen

Werden zwei unterschiedliche, aber mischbare Flüssigkeiten übereinandergeschichtet, wird die anfänglich scharfe Grenze zwischen beiden Flüssigkeiten allmählich verwaschen. Diese gegenseitige Durchmischung beider Molekülsorten als Folge der molekularen Wärmebewegung wird als Diffusion bezeichnet.
Betrachtet man einen Zylinder vom Querschnitt A (Abb. 1), dessen Achse in der y-Richtung verläuft, und nimmt man an, dass in der Ebene an der Stelle y die Konzentration c, in einer benachbarten Ebene an der Stelle y+dy die Konzentration c-dc vorliegt, dann besteht zwischen beiden Ebenen das Konzentrationsgefälle -dc/dy. Nach dem 1. FICKschen Gesetz (1855) beträgt die Substanzmenge dN (Molzahl), die in der Zeit dt durch den Querschnitt A in Richtung y-Achse hindurchwandert:

$$\frac{dN}{dt} = -A \cdot D \frac{dc}{dy} \quad \rightarrow \quad dN = -A \cdot D \frac{dc}{dy} dt \quad . \qquad (1)$$

Die Größe D wird als Diffusionskonstante bezeichnet, sie ist ein Maß für die Geschwindigkeit des Diffusionsprozesses.

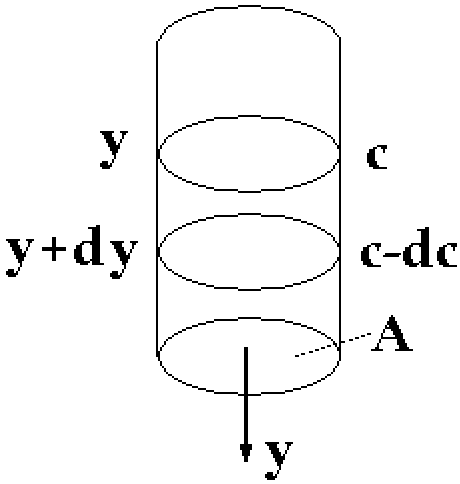

Abb. 1: Zum Massentransport bei der Diffusion

Der zeitliche und räumliche Ablauf der Diffusion wird durch das 2. FICKsche Gesetz beschrieben. Nimmt man an, dass zum Zeitpunkt $t = 0$ die Begrenzungsebene zwischen beiden Flüssigkeiten bei $y = 0$ in engen Kontakt gebracht wird, so wird die Konzentration c sowohl eine Funktion des Ortes als auch der Zeit. Es ergibt sich für diesen Fall die Differentialgleichung:

$$\frac{\partial c}{\partial t} = D \frac{\partial^2 c}{\partial y^2} \qquad (2)$$

Die meisten in der Praxis vorkommenden Diffusionsprozesse müssen auf der Basis dieser Gleichung beschrieben werden, nur spezielle Reaktionen lassen sich mit Hilfe des 1. FICKschen Gesetzes interpretieren.

Durchläuft ein Lichtstrahl L ein einfach brechendes Mittel, bestehend aus einer Reihe planparaller Schichten endlicher Dicke und stetig verändertem Brechungsvermögen, so wird er eine mehrfach gebrochene Linie beschreiben.
Das Snellius´sche Brechungsgesetz leitet sich aus dem Grundgesetz der Wellenbewegung, dem Huygens´schen Prinzip ab, aber nur für den Fall homogener Mittel. Für den Fall eines Mittels von stetig verändertem Brechungsvermögen muss somit von Huygens´schen Prinzip ausgegangen werden.

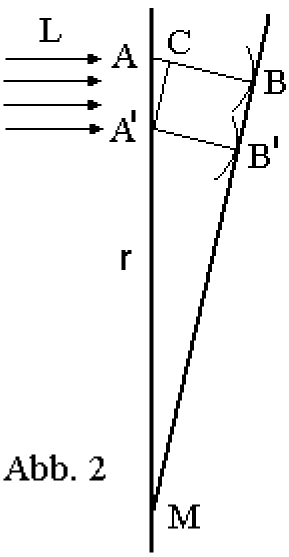

Abb. 2

Es seien A und A' zwei Punkte (siehe Abb. 2) der Wellenfläche des in horizontaler Richtung eintretenden Lichtstrahls. Sie bilden die Erregungszentren zweier sich mit unterschiedlicher Geschwindigkeit v und v' ausbreitender Elementarwellen. Nach einer kurzen Zeit dt geht die Wellenfläche durch die gemeinsame Berührende BB', der Schnittpunkt M dieser Linie mit der Vertikalen AA' ist der Krümmungsmittelpunkt des Lichtstrahls.
Sein Abstand von A ist der Krümmungsradius r , er ergibt sich aus der Ähnlichkeit der Dreiecke ABM und ACA'. Wird der Abstand AA' zu dy und der Unterschied von v und v' zu dc, so folgt: $\frac{dy}{r} = \frac{dv}{v}$ mit $\left|\frac{dv}{v}\right| = \frac{dn}{n}$ folgt $\left|\frac{dy}{r}\right| = \frac{dn}{n}$

also ergibt sich: $$\frac{1}{r} = \frac{1}{n} \cdot \frac{dn}{dy} \qquad (3)$$

In manchen Fällen kann der Zusammenhang zwischen Konzentration und Lichtbrechung einer Lösung herangezogen werden, um den Verlauf von Diffusionsvorgängen zu messen, da die Brechzahl für monochromatisches Licht von der Anzahldichte der wirksamen Moleküle abhängt.
Demzufolge ändert sich in der Diffusionszone zweier mischbarer Flüssigkeiten sowohl Konzentration als auch Brechzahl stetig. In diesem Gebiet mit einem Brechzahlgradienten werden gekrümmte Lichtstrahlen beobachtet.
Die Abb. 3 zeigt den Ausschnitt aus einer Küvette, die zwischen den beiden parallelen Platten P_1 und P_2 eine Lösung enthält, deren Brechzahl nach oben (in der positiven y – Richtung) abnimmt.

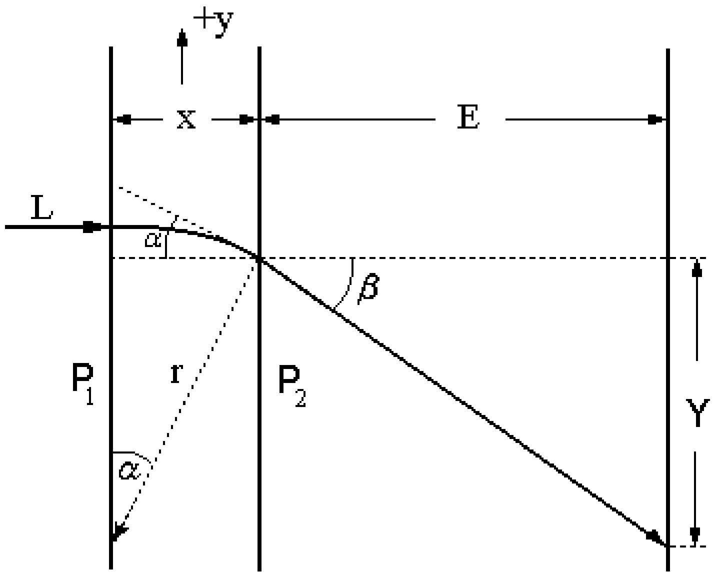

Abb. 3: Schematische Darstellung eines Lichtbündels in einem Medium mit abnehmender Brechzahl in der +y – Richtung

Trifft von links kommend ein paralleles Lichtbündel L senkrecht auf P_1, so wird es im weiteren Verlauf in das Gebiet der größeren Brechzahl hinein gekrümmt. Der Grad der Krümmung wird durch die Gleichung (3) angegeben, in der r den Krümmungsradius des Lichtbündels und n die Brechzahl des Küvetteninhalts an dieser Stelle bedeuten.
Die Grenzfläche von P_2 wird von dem Bündel nicht mehr senkrecht getroffen, es wird daher beim Austritt in die Luft gebrochen.

Dabei gilt:

$$\beta = \frac{n}{n_0} \cdot \alpha \qquad \text{und} \qquad \frac{x}{r} \approx \alpha \quad . \tag{4}$$

Damit wird

$$\beta = \frac{x}{n_0} \cdot \frac{dn}{dy} \approx \frac{Y}{E} \quad , \tag{5}$$

wenn x die Dicke der Küvette, n_0 die Brechzahl von Luft, E die Entfernung zwischen Küvette und Schirm bedeuten und Y angibt, wie weit sich der Auftreffpunkt des Lichtbündels auf dem Schirm von der geradlinigen Verlängerung des Lotes im Austrittspunkt entfernt.

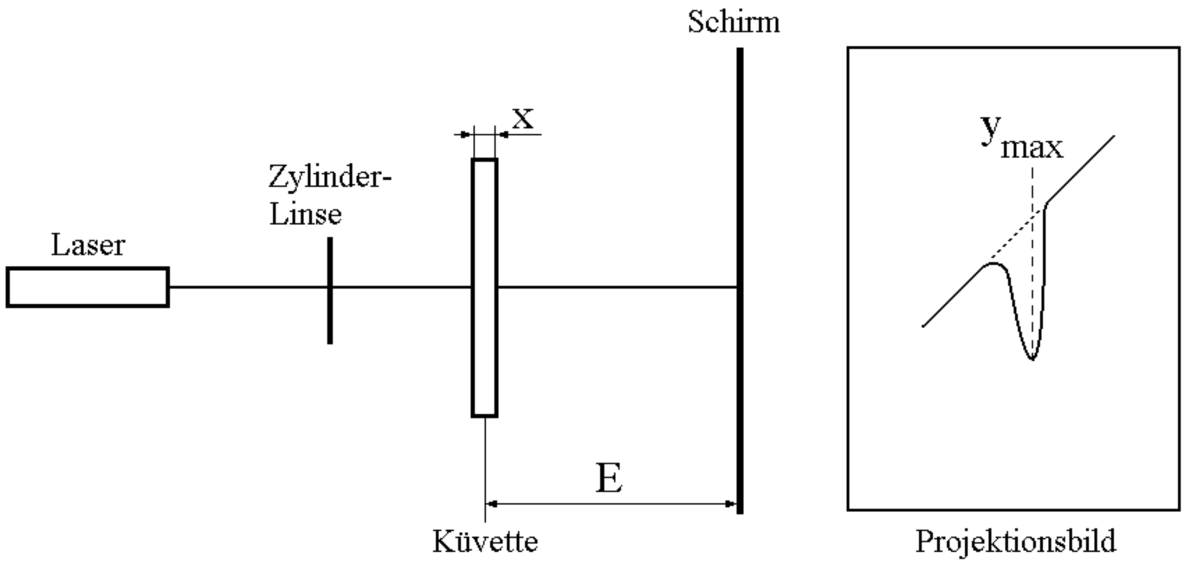

Abb. 4: Schema des Versuchsaufbaus

Für den Fall, dass in einer Küvette eine Lösung der Brechzahl n_2 über eine andere, mit ihr mischbare, mit der größeren Brechzahl n_1 geschichtet wurde, werden beide im Laufe der Zeit ineinander diffundieren. Die resultierende Brechzahl der entstehenden Mischung kann als linear abhängig von der Konzentration angesehen werden, so dass im ersten oder zweiten FICKschen Gesetz die Konzentration jeweils durch die Brechzahl ersetzt werden kann.

Soll also der Diffusionskoeffizient D bestimmt werden, ist die Beziehung (2) zu integrieren. Für den Fall, dass die Grenze zwischen den beiden Lösungen zu der Zeit $t = 0$ bei $y = 0$ liegt, gilt:

$$\begin{aligned} n &= n_1 \quad \text{bei} \quad y = +\infty \\ n &= n_2 \quad \text{bei} \quad y = -\infty \end{aligned} \tag{6}$$

und für jeden Wert von t:

$$n = \frac{n_1 + n_2}{2} \quad \text{bei} \quad y = 0 \tag{7}$$

Es ergibt sich:

$$n = n_2 + \frac{n_1 - n_2}{2}\left(1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{y/2\sqrt{Dt}} e^{-y'^2} dy'\right) \tag{8}$$

und

$$\frac{dn}{dy} = -\frac{n_1 - n_2}{2\sqrt{\pi \cdot D \cdot t}} \cdot e^{-y^2/4 \cdot D \cdot t} \tag{9}$$

Bei $y = 0$ durchläuft dn/dy ein Maximum:

$$\left(\frac{dn}{dy}\right)_{y=0} = -\frac{n_1 - n}{2\sqrt{\pi \cdot D \cdot t}} \tag{10}$$

Nach Einsetzen von Gl. (7) in Gl. (4) ergibt sich die Beziehung für die Ermittlung des Diffusionskoeffizienten:

$$D = \frac{1}{Y_{\max}^2} \cdot \frac{x^2 \cdot E^2 \cdot (n_1 - n_2)^2}{4 \cdot \pi \cdot n_0^2 \cdot t} \tag{11}$$

Damit wird es möglich aus einer geeigneten grafischen Darstellung der Abhängigkeit $Y_{\max} = f(t)$ den Diffusionskoeffizienten D zu bestimmen.