TECHNISCHE UNIVERSITÄT DRESDEN **Fakultät Physik** Physikalisches Grundpraktikum	Versuch: **PZ** Aktualisiert: am 26. 09. 2023

Passiver Zweipol

Inhaltsverzeichnis

1 Ziel und Aufgabenstellung

Ein einfacher linearer passiver Zweipol, bestehend aus einem ohmschen Widerstand und einem Kondensator oder einer Spule (ohne Eisenkern), ist anhand der Ortskurve seines komplexen Widerstandes $\underline{Z}$ zu identifizieren. Mit Hilfe der komplexen Wechselstromrechnung ist die Größe der jeweiligen Elemente zu bestimmen.

- Aufnahme und Darstellung der Ortskurve eines passiven, linearen Zweipols, bestehend aus einem ohmschen Widerstand und einer Spule oder einem Kondensator.
- Identifikation der Struktur des Zweipols: R-L- bzw. R-C-Reihenschaltung oder -Parallelschaltung.
- Bestimmung des ohmschen Widerstandes und der Induktivität bzw. der Kapazität in der Zweipolschaltung.

Näheres entnehmen Sie bitte der Platzanleitung.

2 Grundlagen

2.1 Darstellung von Spannungen und Strömen, die sinusförmigen Zeitfunktionen gehorchen

im Reellen	im Komplexen
$U(t) = U_m \cdot \cos(\omega t + \varphi_u)$	$\underline{U}(t) = U_m \cdot \mathrm{e}^{i(\omega t + \varphi_u)}$
$I(t) = I_m \cdot \cos(\omega t + \varphi_i)$	$\underline{I}(t) = I_m \cdot \mathrm{e}^{i(\omega t + \varphi_i)}$

Wird an einen linearen passiven Zweipol eine sinusförmige Spannung gelegt, so fließt im stationären d.h. eingeschwungenen Zustand ein ebenfalls sinusförmiger Strom, der grundsätzlich gegenüber der Spannung phasenverschoben ist.

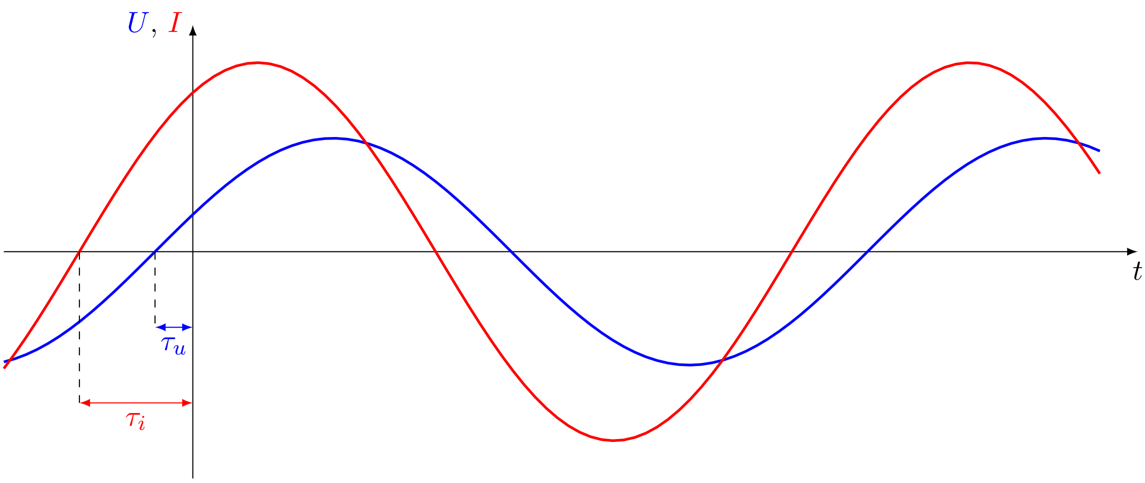
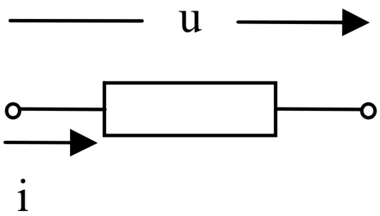


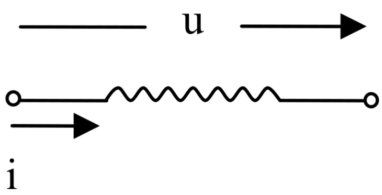
Abb. 1: Strom- und Spannungsverlauf bei einem passiven Zweipol

In dem in Abb. 1 dargestellten Beispiel ist die Phasenverschiebung anhand eines Versatzes auf der Zeitachse $\Delta\tau = \tau_u - \tau_i$ erkennbar. Hier „eilt" der Strom der Spannung voraus oder anders ausgedrückt, die Spannung ist gegenüber dem Strom verzögert. Wie gelangt man von der Zeitdifferenz auf eine Phasendifferenz?

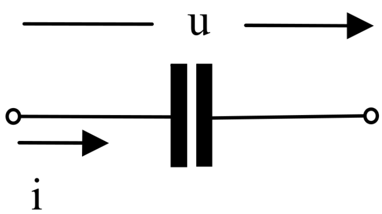
2.2 Das Ohmsche Gesetz für sinusförmige Vorgänge



$$\begin{aligned} I &= \frac{I}{R} = \frac{U_m}{R} \cdot \sin(\omega t + \varphi_u) = I_m \sin(\omega t + \varphi_u) \\ R &= \frac{U_m}{I_m} \\ \varphi_i &= \varphi_u \quad \text{und} \quad \varphi_u - \varphi_i = 0 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} I &= \frac{1}{L}\int U\,\mathrm{d}t = -\frac{U_m}{\omega L} \cdot \cos(\omega t + \varphi_u) = I_m \sin(\omega t + \varphi_u - \frac{\pi}{2}) \\ \omega L &= \frac{U_m}{I_m} \\ \varphi_i &= \varphi_u - \frac{\pi}{2} \quad \text{und} \quad \varphi_u - \varphi_i = \frac{\pi}{2} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} I &= C \cdot \frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}t} = \omega C U_m \cdot \cos(\omega t + \varphi_u) = I_m \sin(\omega t + \varphi_u + \frac{\pi}{2}) \\ \frac{1}{\omega C} &= \frac{U_m}{I_m} \\ \varphi_i &= \varphi_u + \frac{\pi}{2} \quad \text{und} \quad \varphi_u - \varphi_i = -\frac{\pi}{2} \end{aligned}$$

Für Spulen und Kondensatoren führt die Anwendung des Ohmschen Gesetzes zu gewöhnlichen Differentialgleichungen und bei Zusammenschaltung passiver Elemente zu Netzsystemen, bei Anwendung der Kirchhoffschen Sätze zu Differentialgleichungssystemen. Deren aufwendige Lösung man sich durch die **Transformation der Zeitfunktionen in die komplexe Ebene** spart.

2.3 Komplexe Formulierung des Ohmschen Gesetzes – Einführung des Widerstandsoperators Z (komplexer Widerstand, Impedanz)

Nach Transformation der sinusförmigen Signale ins Komplexe erhält man entsprechend obiger Darstellung bzw. Herleitung:

- für den Widerstand: $\dfrac{\underline{U}}{\underline{I}} = \underline{Z} = R$
- für die Spule: $\dfrac{\underline{U}}{\underline{I}} = \underline{Z}_L = i\omega L$
- für den Kondensator: $\dfrac{\underline{U}}{\underline{I}} = \underline{Z}_C = \dfrac{1}{i\omega C} = -i\dfrac{1}{\omega C}$

Die entsprechenden Phasenverschiebungen von $\pm\pi/2$ werden durch die komplexe Einheit $\pm i$ ausgedrückt. Der Betrag des komplexen Widerstands wird als Impedanz oder Scheinwiderstand bezeichnet. Analog zum komplexen Widerstand gibt es den komplexen Leitwert, dessen Betrag als Admittanz bezeichnet wird: $\underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}}$.

2.4 Ortskurven der komplexen Widerstände und Leitwerte

Der Zeiger $\underline{Z}$ ändert in der komplexen Ebene seine Länge (Betrag) und seinen Winkel bezüglich der reellen Achse wenn seine Parameter sich ändern. In Abhängigkeit von einem oder mehreren dieser Parameter beschreibt die Spitze des Zeigers eine Kurve die so genannte Ortskurve. In den meisten Fällen ist die Frequenzabhängigkeit gemeint. Für das Beispiel der dargestellten R-L-Reihenschaltung können die in Abb. 2 dargestellten Ortskurven konstruiert werden.

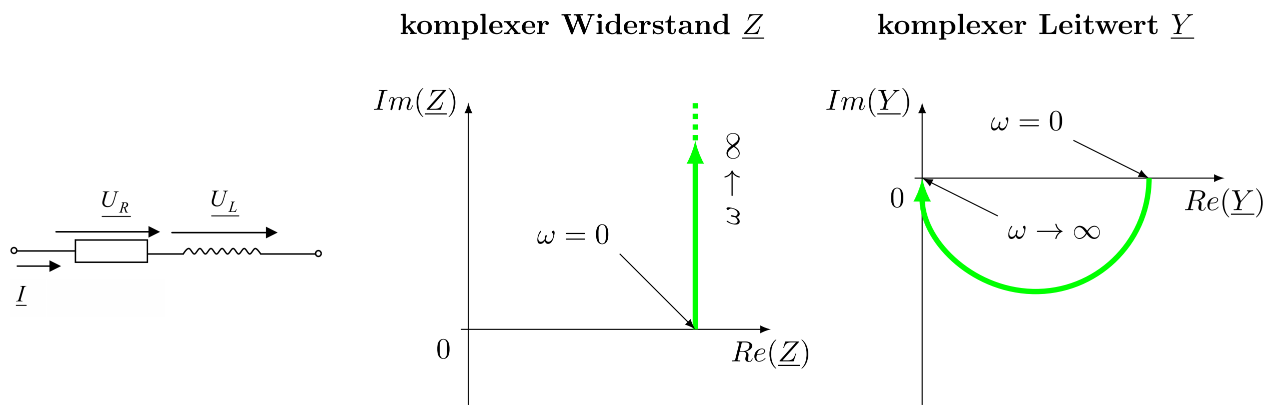


Abb. 2: Ortskurven des komplexen Widerstands und Leitwerts des R-L-Zweipols.

Berechnen Sie die komplexen Widerstände zusammengesetzter RL- und RC-Zweipole (RL-Reihenschaltung, RL-Parallelschaltung usw.) und stellen Sie die Ortskurven entsprechend Abb. 2 dar!

3 Messtechnik

An Hand der Ortskurven ihrer komplexen Widerstände (oder Leitwerte) lassen sich einfache R-L- und R-C- Zweipole eindeutig identifizieren. Das betrifft sowohl das neben einem ohmschen Widerstand eingesetzte Bauelement, Spule oder Kondensator, als auch die Schaltungsstruktur, Reihe oder Parallel. Die Größe des ohmschen Widerstandes, der Induktivität oder der Kapazität kann dann aus dem Realteil bzw. Imaginärteil der Impedanz bestimmt werden.

Mit der in Abb. 3 dargestellten Messschaltung können Sie den **unbekannten Zweipol** Z mit einem **bekannten ohmschen Widerstand** R in Reihe schalten und mit einer sinusförmigen Wechselspannung variabler Frequenz und Amplitude beaufschlagen. Die Zeitverläufe der Spannungen über R und Z sind getrennt auf den beiden Kanälen des Digital-Speicher-Oszilloskops (DSO) mit gleicher Zeitbasis darstellbar. Ihre Speicherung erlaubt die Messung und Darstellung von Zeitdifferenzen, Frequenz und Spannungsamplitude.

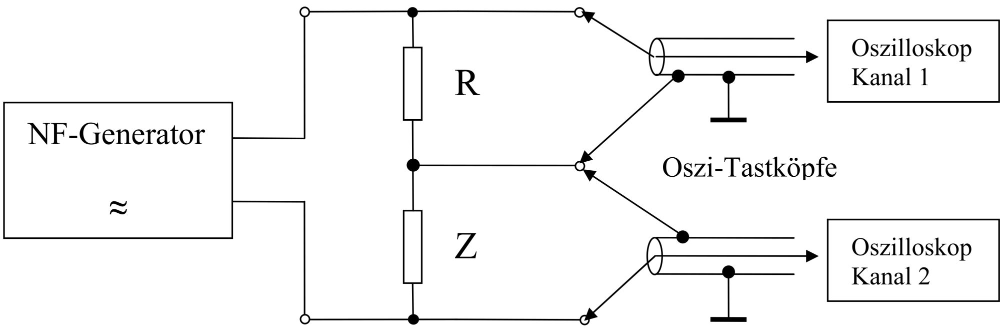


Abb. 3: Spannungsteiler-Messschaltung

Autorenschaft

Diese Versuchsanleitung wurde in ihrer ursprünglichen Form von P. Eckstein und R. Schwierz erstellt und von A. Otto bearbeitet. Aktuelle Änderungen werden von der Praktikumsleitung durchgeführt.

Fragen

1. Welcher Zusammenhang besteht zwischen der Phasenverschiebung $\varphi = \varphi_u - \varphi_i$ und der Phasenverschiebungszeit τ?
2. Handelt es sich bei dem in Abb. 1 dargestellten Verhalten um ein induktives oder ein kapazitives?
3. Warum vereinfachen sich die Berechnungen, wenn man alle Größen ins Komplexe transformiert?
4. Berechnen Sie die komplexen Widerstände zusammengesetzter R-L- und R-C-Zweipole (R-L-Reihenschaltung, R-L-Parallelschaltung usw.) und stellen Sie die Ortskurven entsprechend Abb. 2 dar.

Literatur

[1] L. Bergmann, C. Schaefer, *Lehrbuch der Experimentalphysik, Band 2: Elektromagnetismus*, Verlag de Gruyter, Berlin 1999

[2] H. J. Eichler, H. D. Kronfeldt, J. Sahm, *Das neue physikalische Grundpraktikum*, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg [u.a.] 2006

[3] W. Demtröder, *Experimentalphysik 2: Elektrizität und Optik*, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg 1994