



**TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DRESDEN**

Fachrichtung Physik

Physikalisches Grundpraktikum

Versuch: **RO**

Erstellt: U. Escher

A. Schwab

Aktualisiert: am 29.03.2010

Rotation

Inhaltsverzeichnis

1 Aufgabenstellung	2
2 Allgemeine Grundlagen	2
2.1 Bewegung des starren Körpers	2
2.2 Gleichmäßig beschleunigte Drehbewegung	3
2.3 Gleichmäßig beschleunigte Drehbewegung unter Berücksichtigung von Reibung	3
2.4 Trägheitsmoment diskret verteilter Punktmassen	4
3 Experimentelle Anordnung	4
4 Hinweise zu den Versuchen	4
4.1 Bestimmung der Winkelbeschleunigung $\ddot{\varphi}$ und des Trägheitsmoments J_A ohne Zusatzmassen	4
4.2 Bestimmung der Winkelbeschleunigung $\ddot{\varphi}'$ und des Trägheitsmoments $J_{A'}$ mit Zusatzmassen	5
4.3 Variation des Trägheitsmoments	5
Fragen	6
Literatur	6

1 Aufgabenstellung

1. Bestimmen Sie die Winkelbeschleunigung $\ddot{\varphi}$ und das Trägheitsmoment J_A einer drehbar gelagerten Kreisscheibe mit Querstange sowie deren Unsicherheiten $\Delta\ddot{\varphi}$ und ΔJ_A .
2. Bestimmen Sie das Trägheitsmoment $J_{A'}$ des Drehsystems mit Zusatzmassen sowie dessen Unsicherheit $\Delta J_{A'}$.
3. Berechnen Sie das Trägheitsmoment J_z der Zusatzmassen im Rahmen des Modells der Punktmasse und vergleichen Sie diesen Wert mit dem aus J_A und $J_{A'}$ ermittelten Wert.

2 Allgemeine Grundlagen

2.1 Bewegung des starren Körpers

Der Bewegungsablauf der Rotation eines starren Körpers um eine raumfeste Achse A wird durch den Drehwinkel φ als Funktion der Zeit t beschrieben. Aus dieser Funktion leiten sich die Winkelgeschwindigkeit $\omega = \dot{\varphi}$ und die Winkelbeschleunigung $\alpha = \dot{\omega} = \ddot{\varphi}$ ab. Sowohl die Winkelgeschwindigkeit als auch die Winkelbeschleunigung sind im allgemeinen vektorielle Größen, die bei raumfester Drehachse parallel zu dieser Achse ausgerichtet sind.

Die physikalische Ursache der Drehung eines starren Körpers um eine Achse A ist ein Drehmoment

$$\vec{M}_A = \vec{R} \times \vec{F}, \quad (1)$$

welches durch eine Kraft \vec{F} , die im Punkt P angreift, erzeugt wird (siehe Abbildung 1).

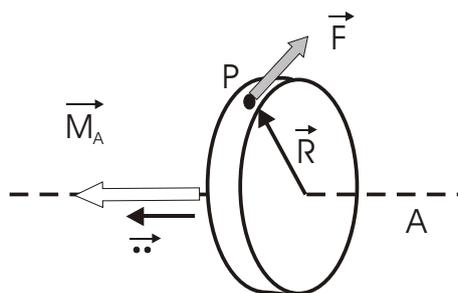


Abb. 1: Zur Definition des Drehmoments

Die aus dem Drehmoment resultierende Winkelbeschleunigung $\ddot{\varphi}$ ergibt sich aus dem Grundsatz der Rotation

$$\vec{M}_A = J_A \cdot \ddot{\varphi}, \quad (2)$$

wobei

$$J_A = \int r^2 dm \quad (3)$$

das Trägheitsmoment des rotierenden Körpers beschreibt. Die Größe r in Gleichung (3) bezeichnet die senkrechten Abstände der Massenelemente dm des starren Körpers von der Drehachse A . J_A ist somit ein Maß für die Trägheit des Körpers, das die Verteilung der Masse um die Drehachse herum berücksichtigt.

2.2 Gleichmäßig beschleunigte Drehbewegung

Sind Drehmoment \vec{M}_A und Trägheitsmoment J_A konstant, dann ist nach Gleichung (2) die Drehbewegung des Körpers um die Achse A eine gleichmäßig beschleunigte Rotationsbewegung (mit konstanter Winkelbeschleunigung $\vec{\varphi}$). Für den Fall, dass bei raumfester Drehachse A die Komponente des Drehmoments M_A in axialer Richtung und das Trägheitsmoment J_A bekannt sind, folgt die axiale Komponente der Winkelbeschleunigung $\ddot{\varphi}$ aus

$$\ddot{\varphi} = \frac{M_A}{J_A} = \alpha. \quad (4)$$

Die zweimalige Integration von Gleichung (4) nach der Zeit t liefert das Drehwinkel-Zeit-Gesetz für die gleichmäßig beschleunigte Rotationsbewegung

$$\varphi(t) = \frac{\alpha}{2} \cdot t^2 + \omega_o \cdot t + \varphi_o, \quad (5)$$

wobei ω_o die Winkelgeschwindigkeit und φ_o den Drehwinkel zur Zeit $t=0$ bezeichnen.

2.3 Gleichmäßig beschleunigte Drehbewegung unter Berücksichtigung von Reibung

In der Praxis treten bei Rotationsbewegungen gelagerter Körper neben beschleunigenden Drehmomenten M_A auch verzögernde Drehmomente M_R auf, die durch Reibungskräfte verursacht werden. Bei trockener Reibung zwischen zwei festen Körpern sind die Reibungskräfte in der Regel konstante Kräfte, die mit einem konstanten Drehmoment M_R verknüpft sind. In diesem Fall folgt die konstante Winkelbeschleunigung $\ddot{\varphi}$ aus

$$\ddot{\varphi} = \frac{M_A - M_R}{J_A} = \alpha \quad (6)$$

Auch in diesem Fall ist die Winkel-Zeit-Funktion der gleichmäßig beschleunigten Rotationsbewegung eine quadratische Funktion analog zu Gleichung (5).

Wird das beschleunigende Drehmoment M_A durch eine Gewichtskraft $F_G = m_A \cdot g$ verursacht, die über ein Umlenksystem immer tangential am Drehkörper angreift, dann ist nach Gleichung (1) das beschleunigende Drehmoment durch

$$M_A = R \cdot m_A \cdot g \quad (7)$$

gegeben. R bezeichnet hierbei den Abstand der Drehachse A zum Angriffspunkt der tangential angreifenden Kraft. Die Winkelbeschleunigung ist in diesem Fall nach Gleichung (6) durch

$$\ddot{\varphi} = \frac{R \cdot m_A \cdot g}{J_A} - \frac{M_R}{J_A} = \alpha \quad (8)$$

gegeben.

Häufig ist bei unregelmäßig geformten Körpern eine Berechnung des Trägheitsmoments J_A nach Gleichung (3) kompliziert und aufwendig. Weiterhin sind in der Regel die wirkenden Reibungskräfte nicht bekannt, so dass auch das die Drehbewegung verzögernde Drehmoment M_R nicht bekannt ist. In diesen Fällen ist eine direkte Bestimmung der Winkelbeschleunigung nach Gleichung (8) nicht möglich. Gelingt es jedoch die Winkelbeschleunigung α im Rahmen eines Messprozesses in Abhängigkeit von der beschleunigenden Masse m_A zu bestimmen, dann kann man im Falle der gleichmäßig beschleunigten Rotationsbewegung, unter Anwendung von Gleichung (8), beide Größen unabhängig voneinander bestimmen.

2.4 Trägheitsmoment diskret verteilter Punktmassen

Besteht das Drehsystem aus einem starren Körper mit dem Trägheitsmoment J_A und mehreren diskret verteilten Punktmassen $m_{z,i}$ im Abstand $r_{z,i}$ von der Drehachse A ($i=1, \dots, n$), dann ist das Trägheitsmoment $J_{A'}$ dieses Drehkörpers

$$J_{A'} = J_A + J_z = J_A + \sum_{i=1}^n m_{z,i} \cdot r_{z,i}^2. \quad (9)$$

3 Experimentelle Anordnung

Der Meßplatz der Firma "3B Scientific" (siehe Abbildung 2) besteht im Wesentlichen aus einer luftgelagerten, reibungsarm drehbaren Scheibe mit Winkelteilung sowie aufgesetzter Querstange und Fadenrolle. Zur Zeitmessung dient ein Digitalzähler, der durch das Lösen eines Arretierungshebels gestartet und bei Erreichen der 0° Position durch ein LASER-Signal gestoppt wird. Der gegebene Aufbau des Versuchsplatzes ermöglicht somit die experimentelle Bestimmung der Winkel-Zeit-Funktion $\varphi(t)$ für unterschiedlich beschleunigende Massen m_A und für verschiedene Trägheitsmomente $J_{A'}$ der Anordnung, realisiert durch symmetrisch auf der Querstange angebrachte Zusatzmassen.

Die Lagerung der rotierenden Scheibe im Luftstrom kann in guter Näherung als reibungsfrei angesehen werden.

4 Hinweise zu den Versuchen

4.1 Bestimmung der Winkelbeschleunigung $\ddot{\varphi}$ und des Trägheitsmoments J_A ohne Zusatzmassen

Gemessen werden die Zeiten t (mehrfach) für verschiedene Drehwinkel φ und Drehmomente M_A . Aus der Grafik $\varphi = \varphi(\bar{t}^2)$ wird der Anstieg der nach Gleichung (5) zu erwartenden Geraden bestimmt und mittels dieses Anstiegs die Winkelbeschleunigung $\ddot{\varphi}$ und das Trägheitsmoment J_A berechnet unter der Annahme $M_R = 0$. \bar{t} bezeichnet den arithmetischen Mittelwert der Messzeiten bei vorgegebenem Drehwinkel φ .

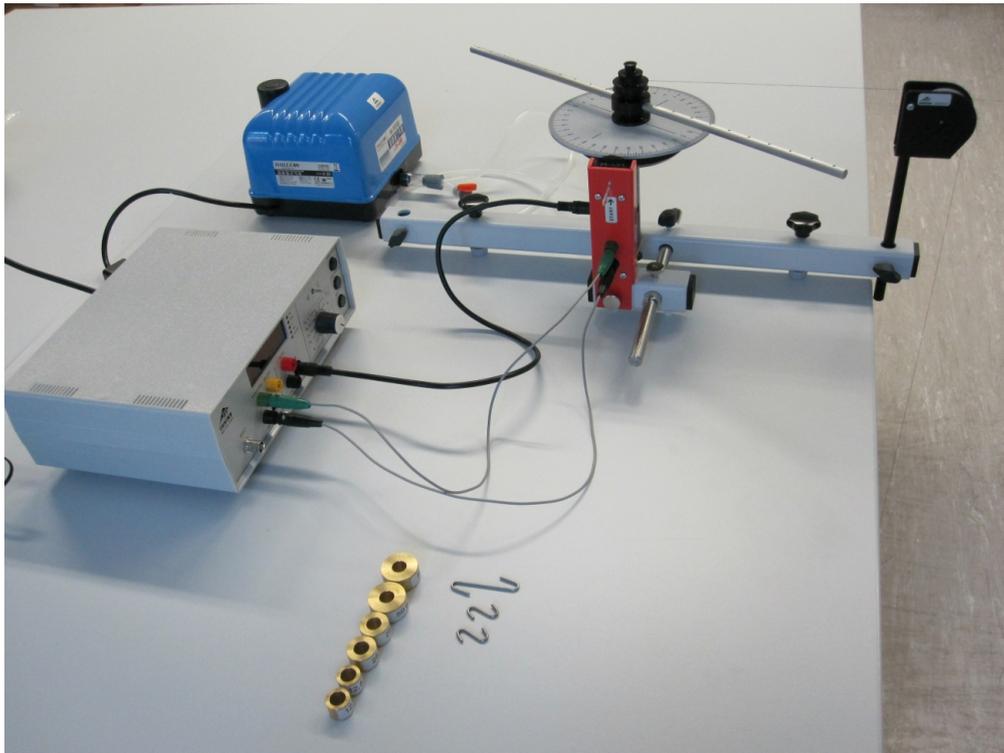


Abb. 2: Kompletter Versuchsaufbau

4.2 Bestimmung der Winkelbeschleunigung $\ddot{\varphi}$ und des Trägheitsmoments $J_{A'}$ mit Zusatzmassen

Auf die Querstange der Anordnung werden symmetrisch zwei gleiche Massen $m_{z,i}$ im Abstand $r_{z,i}$ von der Drehachse A gesteckt, wodurch sich das Trägheitsmoment J_A der Drehanordnung um den Beitrag J_z gemäß Gleichung (9) erhöht. Der experimentelle Ablauf gleicht dem unter 4.1 beschriebenen, allerdings ist die Messung für nur eine beschleunigende Masse m_A durchzuführen. Mittels des Anstiegs, der aus dem Graphen der $\varphi = \varphi((\bar{t})^2)$ -Kurve folgt, ist die Winkelbeschleunigung $\ddot{\varphi}$ zu bestimmen und damit nach Gleichung (8) das Trägheitsmoment $J_{A'}$ der Drehanordnung mit Zusatzmassen. Das Reibungsmoment M_R ist hierbei wiederum als vernachlässigbar klein zu betrachten. Durch Differenzbildung der beiden Trägheitsmomente $J_{A'}$ und J_A nach Gleichung (9) folgt der experimentelle Wert von J_z .

4.3 Variation des Trägheitsmoments

Das Gesamtträgheitsmoment der Anordnung kann auf zwei unterschiedliche Arten in einem relativ großen Bereich variiert werden:

- In einem festen Abstand $r_{z,i} = r_o$ von der Drehachse werden nacheinander paarweise unterschiedlich große Massstücke $m_{z,i}$ angebracht.
- Ein Paar ausgewählter Massstücke $m_{z,i} = m_o$ wird nacheinander in unterschiedlichen Abständen $r_{z,i}$ von der Drehachse angebracht.

In beiden Fällen werden die Zeiten t_o für die Drehung um einen festgelegten Winkel φ_o gemessen. Ausgehend von Gleichung (9) ist in beiden Fällen ein linearer Zusammenhang zu erwarten, falls im ersten Fall das Trägheitsmoment J_A' über $m_{z,i}$ und im zweiten Fall über $r_{z,i}^2$ abgetragen wird, vorausgesetzt, die Zusatzkörper können als Punktmassen betrachtet werden.

Fragen

1. Wie sind das Drehmoment M_A und das Trägheitsmoment J_A definiert?
2. Berechnen Sie das Trägheitsmoment J_A einer homogenen Kreisscheibe der Masse m und vom Radius R für eine Achse A , die parallel zur Zylinderachse verläuft und durch den Scherpunkt S der Scheibe geht!
3. Geben Sie die Bewegungsgleichung für die Rotation eines starren Körpers um eine raumfeste Drehachse A an! Erläutern Sie die darin enthaltenen physikalischen Größen!
4. Wie lautet die Lösung der Bewegungsgleichung $\varphi(t)$ für die gleichmäßig beschleunigte Rotationsbewegung?
5. Eine Welle rotiert gleichförmig mit 1200 Umdrehungen pro Minute. Zu bestimmen sind
1. die Winkelgeschwindigkeit, 2. die Bahngeschwindigkeit der Punkte auf ihrem Umfang beim Durchmesser 0,3 m, 3. die Anzahl der Umdrehungen der Welle, wenn in 1 min mit konstanter Beschleunigung bis zum Stillstand abgebremst wird.

Literatur

- [1] H. J. Paus, *Physik in Experimenten und Beispielen*, Verlag C.-Hanser, München 1995
- [2] H. J. Eichler, H.-D. Kronfeldt, J. Sahm, *Das Neue Physikalische Grundpraktikum*, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York 2001
- [3] C. Gerthsen, H. Vogel, *Physik*, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg 1995
- [4] L. Bergmann, C. Schaefer, *Lehrbuch der Experimentalphysik*, Verlag de Gruyter, Berlin 1954