TECHNISCHE UNIVERSITÄT DRESDEN **Fakultät Physik** Physikalisches Grundpraktikum	Versuch: **ES** Aktualisiert: am 03. 05. 2023

Erzwungene Schwingungen (Physik im Nebenfach)

Inhaltsverzeichnis

1 Aufgabenstellung

Gegenstand dieses Versuchs ist ein Drehpendel, das sog. Pohlsche Rad, mithilfe dessen sollen

1. die Eigenfrequenz des nahezu ungedämpften Systems,
2. die Dämpfungskonstante in Abhängigkeit von der an einer Wirbelstrombremse angelegten Stromstärke und
3. eine Resonanzkurve gemessen werden.

Ziel ist es, die charakteristischen Eigenschaften gedämpfter und erzwungener Schwingungen zu verstehen.

2 Theoretische Grundlagen

Bevor wir die für Studiengänge mit Physik im Nebenfach recht komplexe Physik des Drehpendels behandeln, wollen wir kinematische Grundbegriffe wiederholen und auf das Newtonsche Grundgesetz der Mechanik eingehen. Anschließend betrachten wir Schwingungsbewegungen in einer Dimension und gehen dann auf die Drehschwingungen am Pohlschen Rad über.

2.1 Grundbegriffe der Bewegungslehre (Kinematik)

Die Bewegung einer Punktmasse auf einer Geraden (z.B. x-Richtung) wird durch die **Ort-Zeit-Funktion** $x(t)$ vollständig beschrieben. Für den Fall einer Schwingung beschreibt $x(t)$ beispielsweise die momentane Auslenkung der schwingenden Punktmasse. Aus dieser Funktion lässt sich zu jedem Zeitpunkt die momentane Geschwindigkeit v_x und die momentane Beschleunigung a_x bestimmen. Es gilt:

$$v_x(t) = \frac{\mathrm{d}x(t)}{\mathrm{d}t} = \dot{x}(t) \tag{1}$$

$$a_x(t) = \frac{\mathrm{d}v_x(t)}{\mathrm{d}t} = \dot{v}_x(t) = \frac{\mathrm{d}^2x(t)}{\mathrm{d}t^2} = \ddot{x}(t) \tag{2}$$

Im weiteren Verlauf verwenden wir die Punkt-Notation zur Kennzeichnung von Ableitungen. Die Geschwindigkeit lässt sich als Bewegungszustand auffassen und die Beschleunigung gibt Aufschluss über die Änderung des Bewegungszustandes. Letztere ist entscheidend für die Frage nach der Ursache von Bewegungsabläufen, wie im nächsten Unterabschnitt deutlich wird.

2.2 Das Newtonsche Grundgesetz der Mechanik - die Bewegungsgleichung

Der Bewegungszustand ändert sich durch das Einwirken äußerer Kräfte. Für die eindimensionale Bewegung gilt das Newtonsche Grundgesetz in der folgenden Form:

$$F_x = ma_x = m\ddot{x}. \tag{3}$$

Diese Gleichung verknüpft Ursache mit Wirkung, d.h. auf der linken Seite steht als Ursache die von außen auf den Massenpunkt einwirkende Kraft F_x und auf der rechten Seite die erfahrene Beschleunigung $\ddot{x}$ als entsprechende Wirkung, die in ihrem Ausmaß von der Trägheit des Massenpunktes, also seiner Masse m, abhängt.

Wirkt keine äußere Kraft, so ergibt sich auch keine Beschleunigung - der Bewegungszustand ändert sich nicht und die Geschwindigkeit bleibt demzufolge konstant. Für den vorliegenden Versuch sind allerdings Schwingungsbewegungen von Interesse, also solche mit periodisch sich ändernden Bewegungszuständen, die durch äußere, stets der Bewegung entgegengerichtete Kräfte zustandekommen. Im folgenden Abschnitt wollen wir die Bewegungsgleichung für eine Schwingungsbewegung aufstellen und durch deren Lösung die Ort-Zeit-Funktion bestimmen.

2.3 Lineare, ungedämpfte Schwingungen

Wirkt auf einen Körper eine Kraft, die proportional zu seiner Auslenkung aus der Ruhelage ist und entgegen der Auslenkung wirkt (rücktreibende Kraft), so schwingt der Körper harmonisch. Als einfaches Modell betrachten wir den Federschwinger (Abb. 1).

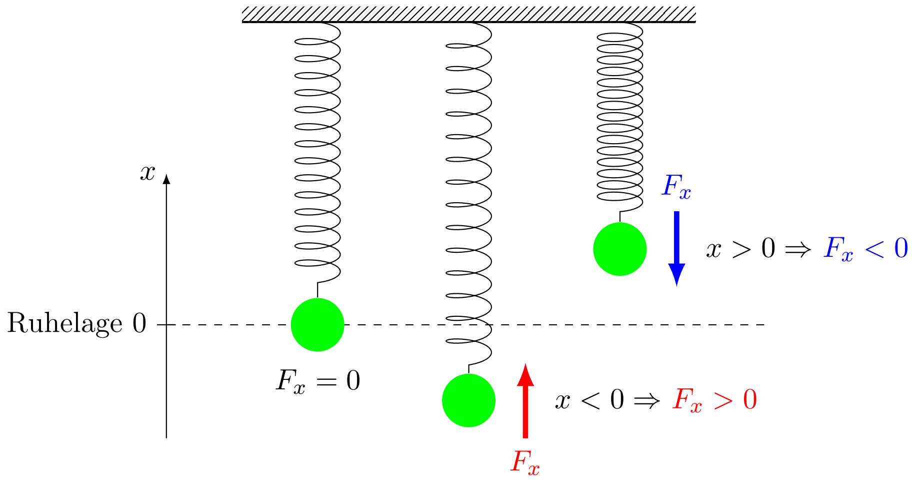

Abb. 1: Modell des Federschwingers mit der Federkonstanten k: Rücktreibende Kraft F_x in Abhängigkeit von der momentanen Auslenkung $x(t)$.

Als äußere Kraft F_x, die von der Auslenkung x des Federschwingers mit der Federkonstanten k abhängt gilt (bei nicht zu großen Dehnungen) bekanntlich:

$$F_x = -kx. \tag{4}$$

Wie aus Abbildung 1 hervorgeht, ist die Kraft der Auslenkung stets entgegengerichtet und erfordert deshalb ein Minuszeichen. Einsetzen in das Newtonsche Grundgesetz (3) ergibt:

$$F = m\ddot{x} = -kx \tag{5}$$

$$\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0. \tag{6}$$

Es handelt sich um eine sogenannte gewöhnliche lineare Differenzialgleichung zweiter Ordnung, die sich durch Integration, wie eventuell durch (1, 2) suggeriert, leider nicht lösen lässt. Da die Ort-Zeit-Funktion eine harmonische Schwingung beschreiben muss, wird mit etwas Intuition klar, dass sie im Grunde die folgende Form annimmt:

$$x(t) = x_0\,\cos(\omega_0 t + \theta_0).. \tag{7}$$

Hierbei stellt x_0 die Amplitude (maximale Auslenkung) und θ_0 den Phasenwinkel, der die momentane Auslenkung zur Zeit $t = 0$ bestimmt, dar. Diese beiden Parameter sind frei wählbar und werden durch zwei Anfangsbedingungen (z.B. für Ort und Geschwindigkeit) festgelegt. Da es sich um eine

Differenzialgleichung zweiter Ordnung handelt, sind es genau zwei freie Parameter. Die Kreisfrequenz ω_0 ist hingegen nicht frei wählbar, sondern ist durch die Physik des Schwingers gegeben:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}. \tag{8}$$

Von Gültigkeit dieser Lösung kann man sich schnell durch Einsetzen von (7) in (6) überzeugen.

Bei der ungedämpften harmonischen Schwingung bleibt die Gesamtenergie des Systems erhalten und wandelt sich im Laufe der Schwingung ständig von potentieller in kinetische Energie um und umgekehrt. Reale Schwingungen unterliegen aber noch zusätzlichen Reibungskräften, die dem System Energie entziehen und somit die Amplitude im Zeitverlauf verringern. Um derartige gedämpfte Schwingungen soll es im folgenden Unterabschnitt gehen.

2.4 Lineare, gedämpfte Schwingungen

Ein einfaches Modell für die lineare, gedämpfte Schwingung ist ein Federschwinger im Ölbad (Abb. 2). Durch Reibung aufgrund der Zähigkeit der Flüssigkeit (Viskosität) wirkt stets eine weitere Kraft entgegen der Bewegungsrichtung, die von der Geschwindigkeit der schwingenden Masse abhängt. Für den Fall der laminaren Strömung ergibt sich für die Reibungskraft F_r:

$$F_r = -rv_x = -r\dot{x}. \tag{9}$$

An dieser Stelle ist das Minuszeichen entscheidend, was der Tatsache Rechnung trägt, dass die Reibungskraft entgegen der Bewegungsrichtung (Vorzeichen von $\dot{x}$) wirkt. r ist eine Konstante, in die typischerweise die Form des Schwingers sowie die Viskosität der Flüssigkeit eingeht.

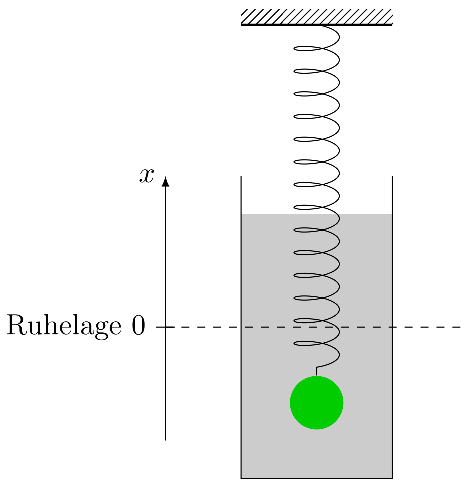

Abb. 2: Modell des gedämpften Federschwingers mit der Federkonstanten k im Ölbad.

Für das Newtonsche Grundgesetz ergibt sich unter Einbeziehung der Reibungskraft die folgende Erweiterung:

$$F = m\ddot{x} = -kx - r\dot{x} \tag{10}$$

$$\ddot{x} + \frac{r}{m}\dot{x} + \frac{k}{m}x = 0 \tag{11}$$

Auch hier ist das direkte Lösen der Differenzialgleichung ohne weiteres nicht möglich. Zur Plausibilisierung betrachten wir zunächst eine grafische Darstellung des Zeitverlaufs der Auslenkung x (Abb. 3). Infolge der wirkenden Reibungskräfte verliert der Schwinger Energie und somit nimmt die maximale Auslenkung (Amplitude) mit der Zeit ab. Für die Reibungskraft (9), zeigt sich, dass die Amplitude exponentiell mit der Zeit abnimmt, sodass der folgende Ansatz sinnvoll erscheint:

$$x(t) = x_0 e^{-\delta t} \cos(\omega t + \theta_0). \tag{12}$$

Wiederum erkennen wir zwei freie Parameter (x_0, θ_0), die wie in Abschn. 2.3 durch Anfangsbedingungen festgelegt werden. Die Parameter ω und δ sind durch die Physik des Schwingers bestimmt und ergeben sich durch Einsetzen von (12) in (11). Nach etwas längerer Rechnung erhalten wir:

$$\delta = \frac{r}{2m} \tag{13}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m} - \left(\frac{r}{2m}\right)^2} = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2} \tag{14}$$

δ wird als **Dämpfungskonstante** bezeichnet und steht natürlich in Verbindung mit der Reibungskonstanten r. ω ist die **Kreisfrequenz des gedämpften Schwingers** und wird gegenüber der des ungedämpften Schwingers (ω_0, siehe Abschn. 2.3) infolge der Reibung zu niedrigeren Frequenzen verschoben.

Für den Fall, dass die Dämpfungskonstante die Kreisfrequenz des ungedämpften Schwingers erreicht ($\delta = \omega_0$), spricht man vom sogenannten **aperiodischen Grenzfall**, bei dem der Schwinger nach einmaliger Auslenkung asymptotisch die Ruhelage, erstmals ohne sie zu übertreten, erreicht. Sollte δ größer als ω_0 werden, erfolgt die Annäherung an die Ruhelage noch langsamer, sodass man vom sogenannten **Kriechfall** spricht. Das Übergangsverhalten ist in Abb. 5 veranschaulicht.

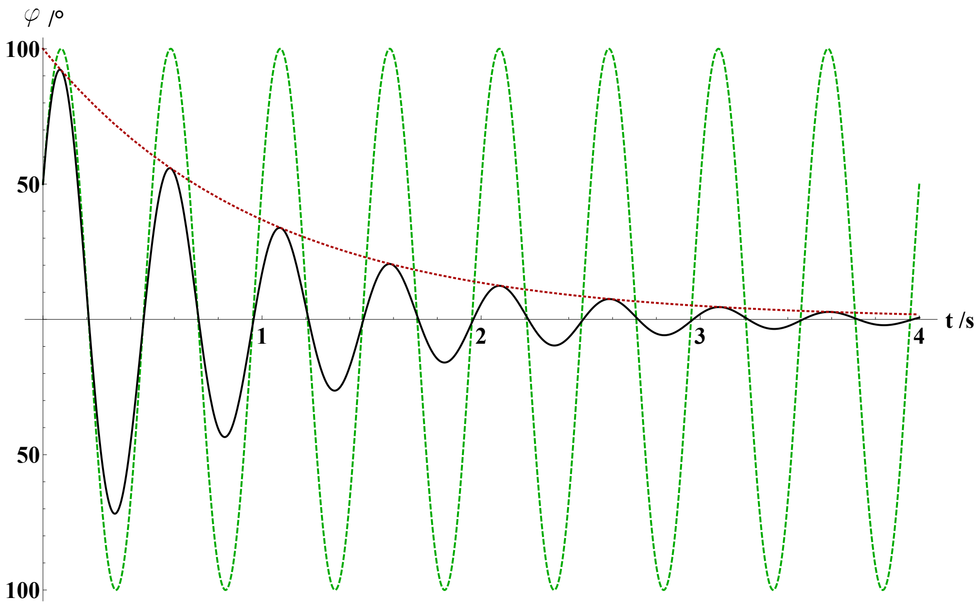

Abb. 3: Dargestellt wurden hier eine ungedämpfte Schwingung (grün), eine gedämpfte Schwingung mit $\delta = \frac{1}{s}$ (schwarz), sowie die Einhüllende (rot).

2.5 Gedämpfte Drehschwingungen

Nun wollen wir von der linearen Schwingung auf die Drehschwingung (Abb. 4), die für den Versuch relevant ist, übergehen. Dazu stellen wir die relevanten physikalischen Größen gegenüber und können somit allein durch eine Analogiebetrachtung die Bewegungsgleichung für den momentanen Drehwinkel φ aufstellen.

Für die Beschreibung der momentanen Auslenkung verwenden wir den Drehwinkel φ als Funktion der Zeit. In Analogie zur Translationsbewegung ergibt sich die Winkelgeschwindigkeit durch $\dot{\varphi}$ und die Winkelbeschleunigung durch $\ddot{\varphi}$ (Tab. 1). Als Ursache von Winkelbeschleunigungen gilt das Drehmoment M.

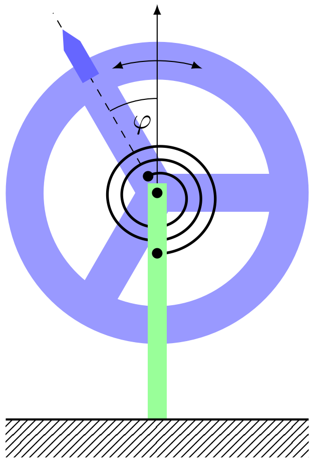

Abb. 4: Schematischer Aufbau eines ungedämpften Drehpendels. Das rücktreibende Drehmoment wird durch Auslenkung einer Spiralfelder aufgebaut.

Translation		Rotation	
Ort	x	Winkel	φ
Geschwindigkeit	$v = \dot{x}$	Winkelgeschwindigkeit	$\omega = \dot{\varphi}$
Beschleunigung	$a = \ddot{x}$	Winkelbeschleunigung	$\alpha = \ddot{\varphi}$
Masse (Trägheit)	m	Trägheitsmoment	$J = \int r^2 \mathrm{d}m$
Kraft	F	Drehmoment	$M = \lvert\vec{r} \times \vec{F}\rvert$
Leistung	$P = F \cdot v$	Leistung	$P = M \cdot \omega$

Tabelle 1: Vergleich der eindimensionalen Translation und Rotation.

Somit lautet in Analogie zur Translation die Bewegungsgleichung der Drehschwingung:

$$J\ddot{\varphi} + r_D\dot{\varphi} + k_D\varphi = 0 \tag{15}$$

Hierbei ist φ der Auslenkungswinkel, k_D das Richtmoment, J das Massenträgheitsmoment bezogen auf die Drehachse und r_D die Reibungskonstante. In der Normalform lautet die DGL:

$$\ddot{\varphi} + 2\delta\dot{\varphi} + \omega_0^2\varphi = 0 \quad \text{mit} \quad \delta = \frac{r_D}{2J} \quad \text{und} \quad \omega_0^2 = \frac{k_D}{J}. \tag{16}$$

Hierbei stellt δ wieder die Dämpfungskonstante und ω_0 die Eigenfrequenz des *ungedämpften* Systems dar. Für den Schwingfall ($\delta^2 < \omega_0^2$) ergibt sich die Winkel-Zeit-Funktion zu:

$$\varphi(t) = \varphi_0\, e^{-\delta t} \cos(\omega t + \theta_0). \tag{17}$$

Dabei ist φ_0 die Maximalamplitude und θ_0 eine Phasenverschiebung, welche durch die Anfangsbedingungen gegeben sind. Des Weiteren ist ω die Kreisfrequenz der gedämpften Schwingung, welche nicht mit ω_0, der Eigenfrequenz des ungedämpften Systems, verwechselt werden darf! Zwischen diesen Größen besteht natürlich analog der bekannte Zusammenhang:

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}. \tag{18}$$

Es bleibt zu erwähnen, dass die Kreisfrequenz für eine gegebene Dämpfung während des gesamten Schwingungsvorgangs konstant bleibt. Nur die Amplitude der Schwingung verringert sich mit zunehmender Schwingungsdauer (Abb. 5). Weiterhin kommt es durch die einhüllende Dämpfungsfunktion zu einer Verschiebung der Maxima und Minima bezüglich der ungedämpften Schwingung.

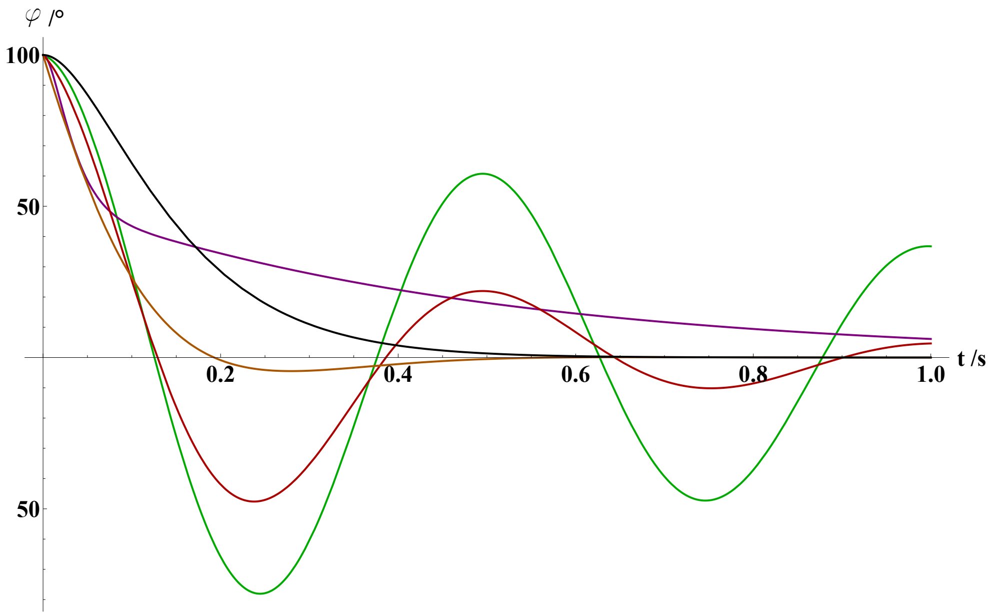

Abb. 5: Es wurden gedämpfte Schwingungen für fünf unterschiedliche Dämpfungskonstanten dargestellt. Grün: $\delta = \frac{1}{s}$, rot: $\delta = \frac{3}{s}$, orange: $\delta = \frac{9.7}{s}$, schwarz: $\delta = \frac{4\pi}{s} = \omega$, lila: $\delta = \frac{12\pi}{s}$.

2.6 Erzwungene Schwingungen

Man spricht von einer erzwungenen Schwingung, wenn einem Oszillator durch eine äußere Erregung eine Schwingung aufgezwungen wird. Somit folgt der Oszillator nach einer gewissen Einschwingzeit nicht mehr seinem Eigenschwingverhalten, sondern schwingt in der Erreqerfrequenz ω_E. Der Erreger übt während der Schwingung auf das System ein zeitabhängiges Drehmoment aus, welches durch einen inhomogenen, zeitabhängigen Term in der Differentialgleichung (Gl. 15) ausgedrückt wird. Für den Fall einer äußeren harmonischen Anregung ergibt sich:

$$\ddot{\varphi} + 2\delta\dot{\varphi} + \omega_0^2\varphi = A_E \cos(\omega_E t). \tag{19}$$

Die Lösung einer solchen, sog. inhomogenen Differentialgleichung lässt sich durch die Superposition der Lösung der homogenen Differentialgleichung und einer speziellen Lösung der inhomogenen Differentialgleichung finden.
Da nun durch die äußere Erregung Energie zugeführt wird, bleibt die Amplitude φ_0 auch im gedämpften Fall konstant, hängt aber nun ebenso wie der Phasenwinkel θ zwischen Erreger und Schwinger von der Erregerfrequenz ab:

$$\varphi(t) = \varphi_0(\omega_E)\cos(\omega_E t - \theta(\omega_E)). \tag{20}$$

Nach einer längeren (und lehrreichen) Rechnung ergeben sich die Bestimmungsgleichungen für die Amplitude φ_0 und Phase θ:

$$\varphi_0(\omega_E) = \frac{A_E}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega_E^2)^2 + (2\delta\omega_E)^2}} \tag{21}$$

$$\theta(\omega_E) = \arctan\left(\frac{2\delta\omega_E}{\omega_0^2 - \omega_E^2}\right). \tag{22}$$

Somit wird erkennbar, dass die Amplitude der erzwungenen Schwingung von folgenden Größen abhängt:

- Amplitude A_E der äußeren Erregung
- Dämpfung δ des Systems
- Eigenfrequenz ω_0 und Erregerfrequenz ω_E

Interessanterweise bleibt die Phase von der Erregeramplitude unabhängig. Die Funktion (22) beschreibt den theoretischen Verlauf der sogenannten Resonanzkurve, welche für verschiedene Dämpfungskonstanten in Abb. 6 dargestellt und in dem Versuch experimentell zu bestimmen sind.

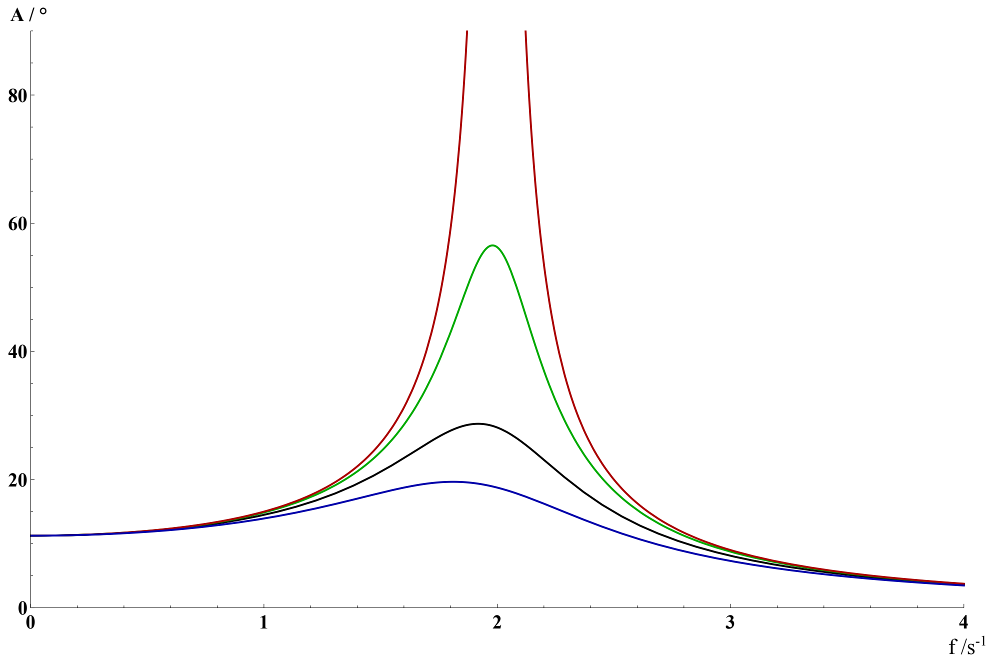

Abb. 6: Resonanzkurven für verschiedene Dämpfungen. Die Erregeramplitude wurde zu $A_E = 45\frac{\circ}{s^2}$ festgelegt. Man kann leicht die sog. Resonanzkatastrophe erkennen. Es gilt $\delta_{\text{rot}} = 0 < \delta_{\text{grün}} < \delta_{\text{schwarz}} < \delta_{\text{blau}}$

2.7 Die Resonanzkurve

Resonanz bezeichnet einen besonderen Schwingungszustand, bei dem die Erregerfrequenz zu maximaler Amplitude, d.h. zu besonders heftigem Mitschwingen, führt. Aus Gl. (22) kann man durch Ableiten die Lage des Maximums der Resonanzkurve bestimmen. Das Maximum nimmt mit zunehmender Dämpfung δ ab und verschiebt sich hin zu kleineren Frequenzen. Für die Lage der Resonanz, d.h. die Resonanzfrequenz, ergibt sich:

$$\omega_{\max} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\delta^2}. \tag{23}$$

Offensichtlich führt im ungedämpften Fall die Erregung in der Eigenfrequenz des Schwingers zu divergierender Amplitude - zu einer sog. Resonanzkatastrophe.

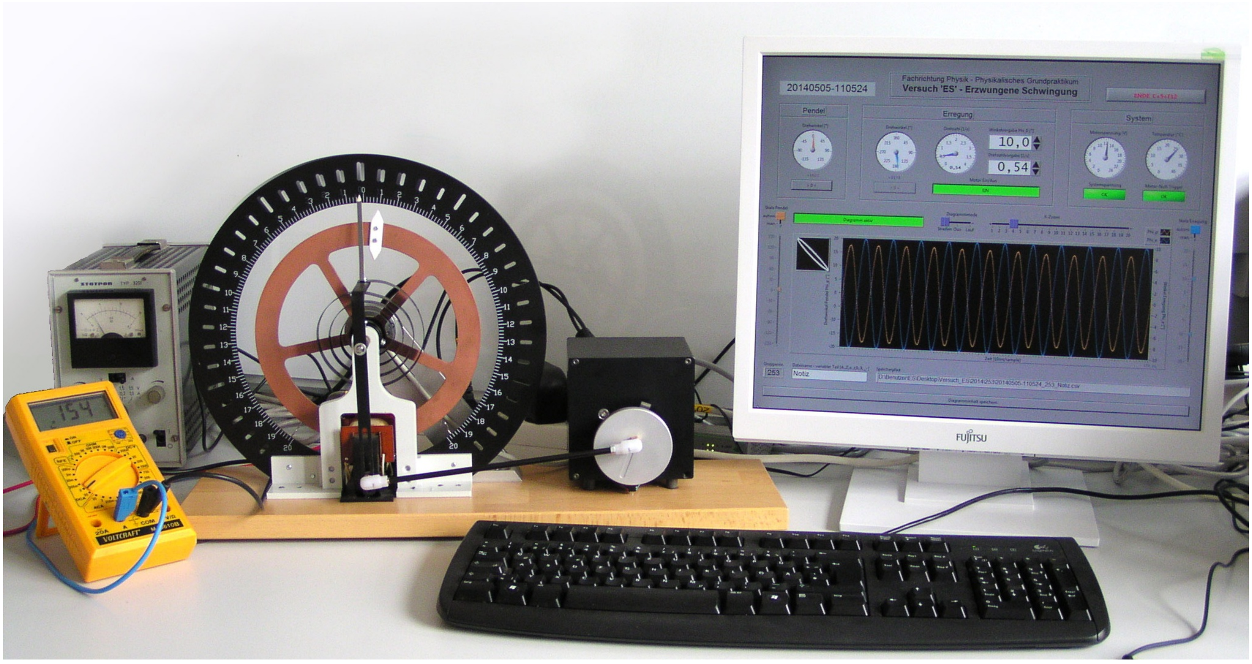

Abb. 7: Versuchsaufbau: In der Mitte ist das kupferfarbene Pohlsche Rad erkennbar. Dieses wird mithilfe eines gekoppelten Schrittmotors zu Schwingungen angeregt. Der Zeitverlauf der momentanen Auslenkung wird mittels PC erfasst und kann mit dem der Erregung verglichen werden.

2.8 Phasenverschiebung

Die Phasendifferenz $\theta(\omega_E)$ zwischen Erreger und System ist von der Erregerfrequenz ω_E abhängig und springt im ungedämpften Fall bei $\omega_E = \omega_0$ von 0 auf π. Bei Dämpfung erfolgt dieser Übergang kontinuierlich, wobei die Phasenverschiebung bei $\omega_E = \omega_0$ den Wert $\theta = \pi/2$ erreicht. Der Verlauf der Phasenverschiebung in Abhängigkeit von ω ähnelt für starke Dämpfungen dem einer Geraden.

2.9 Wirbelstrombremse

Eine Wirbelstrombremse besteht aus einer Spule, welche bei angelegtem Strom I über das Magnetfeld $B \sim I$ ein bremsendes Drehmoment auf das Pendel ausübt. Die induzierte Spannung im Drehpendel lässt sich mithilfe des Faradayschen Induktionsgesetzes zu $U_\text{ind} \sim B \cdot v$ berechnen. Das dämpfende Drehmoment der Wirbelstrombremse kann damit folgendermaßen abgeschätzt werden:

$$P_\text{Brems} \sim U_\text{ind}^2 \sim B^2 \cdot v^2 \sim I^2 \cdot \dot{\varphi}^2 \tag{24}$$

$$M = \frac{P_\text{Brems}}{\dot{\varphi}} \sim I^2 \cdot \dot{\varphi}. \tag{25}$$

Daher ist eine I^2-Abhängigkeit der Dämpfungskonstanten δ zu erwarten.

3 Aufbau und Durchführung

Der Versuch wird mithilfe des Pohlschen Rads durchgeführt (Abb. 7). Dieses besteht aus einem drehbar gelagerten Kupferrad, welches durch eine Spiralfeder in Ruhelage gehalten wird. Zusätzlich kann das Drehpendel durch einen Motor angeregt werden. Mithilfe einer Wirbelstrombremse können weiterhin verschiedene Dämpfungen eingestellt werden.

3.1 Messung der Eigenfrequenz

Bestimmen Sie zunächst die Eigenfrequenz ω_0 des Drehpendels mithilfe der Stoppuhr. Lenken Sie dazu das Drehpendel maximal aus und stoppen Sie die Zeit von mindestens fünf Schwingungen. Wiederholen Sie dies mindestens fünf mal und berechnen Sie hieraus die Eigenfrequenz im ungedämpften Zustand.

3.2 Messung der Dämpfungskonstanten

Aus den Amplituden zweier benachbarter Maxima einer gedämpften Schwingung lässt sich mittels logarithmischen Dekrements die Dämpfungskonstante δ bestimmen. Aus Gl. (17) ergibt sich:

$$\frac{\varphi(t_0)}{\varphi(t_0 + T)} = \frac{e^{-\delta\, t_0}}{e^{-\delta(t_0 + T)}} = e^{\delta\, T}. \tag{26}$$

Nimmt man zusätzlich an, dass sich die Eigenfrequenz des Pohlschen Rads nur wenig durch die zusätzliche Dämpfung ändert, ist die Annahme $T \approx T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$ gerechtfertigt. Stellen Sie die Stromstärke der Wirbelstrombremse nun auf 200 mA ein und zeichnen Sie mithilfe des PCs eine gedämpfte Schwingung auf. Bestimmen Sie die Amplituden von mehreren aufeinanderfolgenden Maxima. Ermitteln Sie in gleicher Art die Dämpfungskonstanten für 400 mA und 600 mA. Tragen Sie die ermittelten Dämpfungskonstanten gegen I^2 graphisch auf. Sind die von Ihnen berechneten Dämpfungskonstanten mit einer I^2 Abhängigkeit vereinbar? (Vgl. hierzu 2.9) Welche Dämpfungskonstante ergibt sich für $I = 0$? Welche würden Sie für ein ideales Drehpendel erwarten?

3.3 Aufnahme von Resonanzkurven

Vergewissern Sie sich, dass sich das Pendel in Ruhelage befindet und stellen Sie eine Stromstärke von im Bereich von 200 mA bis 400 mA an der Wirbelstrombremse ein (gruppenweise ein anderer Wert). Geben Sie eine geeignete Motordrehzahl zwischen 0 und $2\,s^{-1}$ ein. Lassen Sie das Pendel einschwingen und lesen Sie anschließend die Amplitude der Schwingung ab.
Wiederholen Sie die gesamte Messung für verschiedene Motoreinstellungen im Bereich von 0 - $2\,s^{-1}$, sodass Sie insgesamt ca. 15 Messpunkte erhalten. Es ist sinnvoll, dabei die Resonanzfrequenz genauer abzutasten. Stellen Sie die Resonanzkurve grafisch dar und vergleichen Sie diese mit denen anderer Gruppen. Lassen sich die theoretischen Vorhersagen für die Änderung der Kurvenform von $\delta \approx 0$ zu $\delta > 0$ erkennen? Diskutieren sie diese.

Autorenschaft

Diese Versuchsanleitung wurde in ihrer ursprünglichen Form von M. Kauer und B. Scholz erstellt. Aktuelle Änderungen werden von der Praktikumsleitung durchgeführt.

4 Fragen zur Vorbereitung

- Wie lautet der Zusammenhang zwischen Frequenz und Kreisfrequenz?
- Was ist ein Drehpendel?
- Welche Gleichung beschreibt eine Schwingung mit schwacher Dämpfung?
- Welche drei Fälle unterscheidet man je nach Stärke der Dämpfung?
- Skizzieren Sie die zugehörigen Amplitudenverläufe in Abhängigkeit von der Zeit.

- Erklären Sie die Funktionsweise der Wirbelstrombremse.
- Zeichnen Sie eine Resonanzkurve einer erzwungenen Schwingung. Achsenbeschriftung! Was ist hierbei ω?
- Wie verändert sich die Resonanzkurve, wenn die Dämpfung erhöht wird? (Maximalamplitude und Lage des Maximums!)
- Ein System besitzt die Eigenfrequenz ω_0. Mit welcher Frequenz schwingt es, wenn eine Dämpfung der Größe $\delta = \frac{\sqrt{3}}{2}\omega_0$ angelegt wird?

Literatur

[1] Praktikum der Physik, Wilhelm Walcher, Teubner Verlag

[2] Experimentalphysik 1: Mechanik und Wärme, Wolfgang Demtröder, Springer Verlag

[3] Grundkurs der Physik 1: Mechanik - Wärmelehre, Hildegard Hammer, Oldenbourg-Verlag