

Ministerrat der Deutschen Demokratischen Republik

Ministerium für  
Volksbildung

Ministerium für  
Hoch- und Fachschulwesen

**LEHRPROGRAMME**

**für die Ausbildung von Diplomlehrern der  
allgemeinbildenden polytechnischen Oberschulen im Fach**

**MATHEMATIK**

**an Universitäten und Hochschulen der DDR**

Berlin 1982

Ministerrat der Deutschen Demokratischen Republik

Ministerium für  
Volksbildung

Ministerium für  
Hoch- und Fachschulwesen

## LEHRPROGRAMME

**für die Ausbildung von Diplomlehrern der  
allgemeinbildenden polytechnischen Oberschulen im Fach**

## MATHEMATIK

Als verbindliche Lehrprogramme für die Ausbildung an  
Universitäten und Hochschulen der DDR bestätigt

Berlin, September 1982

Dr. Machacek  
Stellvertreter des Ministers  
für Volksbildung

Prof. Dr. Schwanke  
Stellvertreter des Ministers  
für Hoch- und Fachschulwesen

Die Lehrprogramme wurden von der Zentralen Fachkommission Mathematik beim Ministerium für Volksbildung und beim Ministerium für Hoch- und Fachschulwesen unter Leitung von Prof. Dr. Otto Krötenheerdt, Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg, ausgearbeitet.

Sie wurden nach Diskussion in der Zentralen Fachkommission Mathematik beim Ministerium für Volksbildung und beim Ministerium für Hoch- und Fachschulwesen in der Kommission Lehrerbildung des Ministeriums für Volksbildung und des Ministeriums für Hoch- und Fachschulwesen verteidigt.

(Vorschläge und Hinweise zur weiteren Vervollkommnung der Lehrprogramme sind an das Ministerium für Volksbildung, Hauptabteilung Lehrerbildung, zu richten.)

Hergestellt im Wissenschaftlich-Technischen Zentrum der Pädagogischen Hochschule "Karl Liebknecht" Potsdam  
1/16/18/4.82/1073 Ag 124/97/82

## Inhaltsverzeichnis

	Seite
Vorbemerkungen	4
1. Ziele, Inhalte und didaktisch-methodische Hinweise für die Ausbildung in den Lehrgebieten	7
1.1. Lehrgebiet Grundkurs Mathematik	7
1.2. Lehrgebiet Darstellende Geometrie	28
1.3. Lehrgebiet Wahrscheinlichkeitstheorie und mathematische Statistik	31
1.4. Lehrgebiet Numerische Mathematik und Informationsverarbeitung	36
1.5. Lehrgebiet Geschichte der Mathematik	41
2. Zur Gestaltung der wahlweise-obligatorischen Ausbildung in Mathematik	46

### Vorbemerkungen

Die Mathematikausbildung erfolgt auf der Grundlage der in den Studienplänen für die Ausbildung von Diplomlehrern für Mathematik/Physik, Mathematik/Chemie, Mathematik/Geographie und Mathematik/Kunsterziehung gestellten Ziele.

Sie hat die Aufgabe, im Zusammenwirken mit den anderen Ausbildungsbestandteilen Lehrer heranzubilden, die fähig und bereit sind, ihren Bildungs- und Erziehungsauftrag in der allgemeinbildenden polytechnischen Oberschule der DDR durch die Erteilung eines wissenschaftlichen, parteilichen und lebensverbundenen Unterrichts und die Gestaltung vielseitiger außerunterrichtlicher Tätigkeiten mit den Schülern zu erfüllen.

Die Ausbildung in Mathematik umfaßt die folgenden Lehrgebiete:

- Grundkurs Mathematik (Grundbegriffe der Mathematik, Analysis, Algebra und Arithmetik, Geometrie, Grundlagen der Mathematik, vertiefende Behandlung ausgewählter Themen des Grundkurses)
- Darstellende Geometrie
- Wahrscheinlichkeitstheorie und mathematische Statistik
- Numerische Mathematik und Informationsverarbeitung
- Geschichte der Mathematik.

Obligatorischer Bestandteil des Lehrgebietes Numerische Mathematik und Informationsverarbeitung ist ein Rechentechnisches Praktikum.

Darüber hinaus werden zur weiteren Förderung und Entwicklung der Interessen der Studenten fakultative Lehrveranstaltungen zu verschiedenen mathematischen Inhalten angeboten.

Die Auswahl der Studieninhalte berücksichtigt sowohl die Weiterentwicklung der Mathematik und ihrer Anwendungen als auch die Erfordernisse des obligatorischen und fakultativen Mathematikunterrichts sowie der fachspezifischen außerunterrichtlichen Arbeit.

In den Lehrveranstaltungen zu den mathematischen Lehrgebieten und durch selbständige Beschäftigung mit mathematischen Inhalten und Aufgabenstellungen eignen sich die Studenten sichere und anwendungsbereite Kenntnisse zu mathematischen Begriffen, Aussagen, Zusammenhängen, Methoden und Verfahren sowie für die Mathematik typische Denk- und Arbeitsweisen an.

In der Ausbildung wird die Bedeutung der Mathematik für die gesellschaftliche Praxis, insbesondere ihre Anwendung in Wissenschaft, Technik und Produktion, bewußtgemacht. Die Studenten gewinnen an Beispielen Einsichten in Möglichkeiten zur Modellierung von Sachverhalten aus diesen Anwendungsbereichen der Mathematik. Sie erwerben Fähigkeiten zur weiteren mathematischen und rechnerischen Bearbeitung solcher Modelle.

In der Beschäftigung mit der Mathematik erkennen die Studenten die fachspezifischen Möglichkeiten ihres Unterrichtsfaches zur kommunistischen Erziehung und Entwicklung einer wissenschaftlichen Weltanschauung der Schüler.

Entsprechend den Möglichkeiten der Ausbildungsinhalte der mathematischen Lehrgebiete erwerben die Studenten fachspezifisches Wissen und Können für die Erfordernisse der Zivilverteidigung.

Durch geeignete Akzentuierungen werden in allen Ausbildungsbestandteilen der Mathematik die speziellen Belange des Kombinationsfaches berücksichtigt. Das betrifft vor allem die Bereitstellung mathematischer Hilfsmittel und Grundlagen für die Physik- bzw. Chemieausbildung, aber auch für die Ausbildung in den Studienfächern Geographie und Kunsterziehung. Darüber hinaus werden die Inhalte für die Mathematikausbildung so akzentuiert, daß weitgehend Möglichkeiten für die Anwendung der Mathematik in anderen Ausbildungsbestandteilen (im Kombinationsfach und den verschiedenen Richtungen der wahlweise-obligatorischen Ausbildung) und damit für die Festigung erworbenen mathematischen Wissens und Könnens gegeben sind.

Die Studenten erwerben solides Wissen zu den in den mathematischen Lehrgebieten ausgewiesenen Inhalten und dabei Fähigkeiten und Fertigkeiten vor allem

- zur fachgerechten mündlichen und schriftlichen Darstellung mathematischer Sachverhalte
- zum Erkennen grundlegender mathematischer Strukturen und zum sicheren Umgang mit Begriffen, Definitionen, Axiomen, Sätzen und Beweisen im Rahmen einer mathematischen Theorie
- zum Beweisen einfacher Sätze
- zum Erkennen von einfachen mathematischen Problemen sowie zu deren exakter Formulierung und Lösung
- zum Anwenden mathematischer Verfahren beim Lösen von Aufgaben aus der Mathematik und anderen Wissenschaften
- zur Beurteilung möglicher mathematischer Lösungsverfahren bei Aufgaben- und Problemstellungen
- zum Ordnen und Systematisieren bestimmter Stoffgebiete und Erkennen ihrer Beziehungen zu den Inhalten des Mathematikunterrichtes
- zur selbständigen Einarbeitung in mathematische Gebiete an Hand der Fachliteratur, auch unter Verwendung von fremdsprachiger Originalliteratur
- zum Erkennen historischer und weltanschaulich-philosophischer Aspekte der Mathematik für die Bildung und Erziehung.

Die Hochschullehrer tragen eine hohe Verantwortung für die schöpferische Umsetzung der Ziele und Inhalte der Lehrprogramme für die Gestaltung des spezifischen Studienganges der Ausbildung von Diplomlehrern und für die inhaltliche Koordinierung der Ausbildung mit anderen Lehrgebieten und Sektionen.

## 1. Ziele, Inhalte und didaktisch-methodische Hinweise für die Ausbildung in den Lehrgebieten

### 1.1. Lehrgebiet Grundkurs Mathematik

Gesamtstundenzahl: 645 Stunden (390 Stunden Vorlesungen, 255 Stunden Übungen und Seminare)

Als Empfehlung für die vorlesungsfreien Zeiten: dreimal eine Woche Aufgabenpraktikum.

#### 1.1.1. Zielstellung

Das Lehrgebiet Grundkurs Mathematik hat vor allem die Aufgabe, die für die Erteilung eines wissenschaftlich fundierten obligatorischen und fakultativen Mathematikunterrichts sowie für die Gestaltung fachspezifischer außerunterrichtlicher Tätigkeiten erforderlichen mathematischen Kenntnisse, Fähigkeiten und Fertigkeiten zu vermitteln. Darüber hinaus erwerben die Studenten das für die weitere Ausbildung in Mathematik notwendige mathematische Wissen und Können.

Unter Wahrung der Einheit der Mathematik werden grundlegende mathematische Denkweisen (strukturelles, funktionales, kombinatorisches und algorithmisches Denken) sowie das geometrische Vorstellungsvermögen weiterentwickelt. Es werden die gegenseitigen Verflechtungen der einzelnen Bestandteile des Grundkurses aufgezeigt und wichtige Anwendungsmöglichkeiten der Mathematik im jeweiligen Kombinationsfach und in anderen Wissenschaften, in der Technik und in der Volkswirtschaft deutlich gemacht.

Im Grundkurs eignen sich die Studenten fachspezifische Fähigkeiten und Fertigkeiten bei der exakten Darlegung mathematischer Sachverhalte, Fähigkeiten im Definieren und grundlegende Beweistechniken an. Sie werden zur Analyse von Problemstellungen der Mathematik sowie zur mathematischen Modellierung einfacher Sachverhalte aus verschiedenen Bereichen der gesellschaftlichen Praxis befähigt.

Die mit dem mathematischen Lehrstoff verbundenen weltanschaulich-philosophischen Aspekte werden sowohl im Grundkurs als auch in den folgenden Lehrgebieten herausgearbeitet und bewußt für die Erziehung der Studenten genutzt.

Das Lehrgebiet Grundkurs Mathematik enthält folgende Bestandteile: Grundbegriffe der Mathematik, Analysis, Algebra und Arithmetik, Geometrie, Grundlagen der Mathematik, vertiefende Behandlung ausgewählter Themen des Grundkurses.

Durch die Ausbildung im Teil Grundbegriffe der Mathematik werden die Studenten zum Umgang mit den Elementen der Mengenlehre und Logik sowie mit den Begriffen und Aussagen der Abbildungstheorie befähigt.

Das wesentliche Ziel der Ausbildung in Analysis ist das Ausprägen des Verständnisses der Studenten für funktionale Zusammenhänge, insbesondere der Erwerb umfassender Kenntnisse über elementare Funktionen und Fertigkeiten beim Umgang mit elementaren Funktionen. Als Voraussetzung hierfür und für die weiterführende Ausbildung im Fach Mathematik werden der Grenzwertbegriff, die Stetigkeit sowie Grundbegriffe der Differential- und Integralrechnung mit ihren Anwendungen, vor allem auch in den Kombinationsfächern, ausführlich behandelt.

Die Studenten lernen, mathematische Aussagen über Funktionen einer unabhängigen Variablen auf Funktionen mehrerer unabhängiger Variabler zu übertragen.

Die Algebra- und Arithmetikausbildung umfaßt vorrangig Stoffgebiete, deren Beherrschung unmittelbar Voraussetzung für einen wissenschaftlichen Unterricht in der Schule ist.

Schwerpunkte bei der Wissens- und Könnensentwicklung bilden dabei Gleichungen und Gleichungssysteme, die elementare Zahlentheorie sowie der Aufbau der Zahlenbereiche; bei der Behandlung der genannten Inhalte werden Rechenfertigkeiten weiter ausgeprägt. Ausgehend von den hier auftretenden mathematischen Strukturen wird an Beispielen (Gruppen, Ringe, Körper, Vektorräume) das strukturelle Denken weiterentwickelt.

Das Studium der Geometrie dient wesentlich der Weiterentwicklung des räumlichen Wahrnehmungs- und Vorstellungsvermögens sowie der Fähigkeitsentwicklung zur Darstellung geometrischer Objekte und Sachverhalte. Bei der Vermittlung geometrischer Fakten und Zusammenhänge wird auf verschiedene Betrachtungs- und Aufbauweisen der Geometrie Wert gelegt; es werden axiomatische, analytische, abbildungstheoretische und konstruktive Aspekte und Beziehungen zwischen diesen herausgearbeitet.

In den Grundlagen der Mathematik werden die Studenten an Hand von Beispielen aus den anderen Bestandteilen des Grundkurses mit Elementen der Metamathematik vertraut gemacht. Sie erwerben größere Sicherheit im Umgang mit mathematischen Axiomen, Definitionen, Sätzen und deren Beweisen; es werden Wesen, Möglichkeiten und Grenzen der axiomatischen Methode dargestellt.

Im Rahmen der vertiefenden Behandlung ausgewählter Themen des Grundkurses Mathematik werden auch solche Inhalte berücksichtigt, die im jeweiligen Kombinationsfach benötigt werden, z.B. aus der Differentialgeometrie und aus der linearen Optimierung.

Die Vorlesungen, Übungen und Seminare im Grundkurs Mathematik werden durch Praktika zum Lösen von Aufgaben ergänzt. Diese Aufgabenpraktika dienen der Fähigkeits- und Fertigkeitsentwicklung der Studenten im Lösen von Aufgaben aus dem Grundkurs Mathematik, von typischen Aufgaben des Schulstoffes und von Olympiadaufgaben. Bei geeigneten Aufgaben werden Kleinstrechner eingesetzt. Die Aufgabenstellung für das Praktikum erfolgt so, daß die Studenten befähigt werden, zunehmend selbständig Vorlesungsinhalte nachzuarbeiten und mathematische Literatur zu studieren.

Im Grundkurs Mathematik erwerben die Studenten neben dem in den Vorbemerkungen ausgewiesenen Können vor allem folgende Fähigkeiten und Fertigkeiten:

- Sachgerechtes Anwenden logischer Operationen
- Operieren mit Mengen
- Nachweisen von Grundeigenschaften vorgegebener Relationen
  
- Rechnen mit Ungleichungen, absoluten Beträgen, endlichen Summen und Produkten
- Untersuchen von Zahlenmengen auf Beschränktheit und Bestimmen von Supremum, Infimum, Maximum oder Minimum
- Durchführen von Konvergenzbetrachtungen für Folgen und unendliche Reihen (Handhabung der wichtigsten Kriterien)
- Bestimmen von Definitions- und Wertebereich für vorgegebene einfache Funktionen

- Nachweis von Beschränktheit, Monotonie, Periodizität, Stetigkeit, Differenzierbarkeit, Integrierbarkeit von vorgegebenen Funktionen, insbesondere von elementaren Funktionen
- Bestimmen von Grenzwerten für Funktionen
- Untersuchen von Graphen elementarer Funktionen (Kurvendiskussion)
- Differenzieren und Integrieren reeller Funktionen
- Bilden partieller Ableitungen
- Anwenden von Methoden der Differential- und Integralrechnung innerhalb der Mathematik und auf Problemstellungen des Kombinationsfaches
- Darstellen gegebener natürlicher Zahlen in Positionssystemen
- Umformen von gebrochenen Zahlen aus der Dezimalbruchdarstellung in die Bruchdarstellung und umgekehrt
- Rechnen mit komplexen Zahlen
- Erkennen grundlegender algebraischer Strukturen für gegebene Mengen von Zahlen, Vektoren, Matrizen, Restklassen, Polynomen und Abbildungen
- Ableiten von Rechenregeln aus Axiomensystemen algebraischer Grundstrukturen
- Erkennen und Angeben von isomorphen Abbildungen algebraischer Strukturen, insbesondere isomorpher Einbettungen von Zahlbereichen
- Rechnen mit Vektoren, Matrizen und Determinanten (Erkennen von linearer Abhängigkeit)
- Erkennen des Zusammenhanges zwischen linearen Abbildungen und Matrizen
- Lösen von linearen Gleichungssystemen und Erkennen der Struktur ihrer Lösungsmengen
- Anwenden grundlegender Verfahren der Teilbarkeitstheorie (EUKLIDischer Algorithmus, auch für Polynome; Bestimmung des größten gemeinsamen Teilers und des kleinsten gemeinsamen Vielfachen; Primfaktorzerlegung einer natürlichen Zahl)

- Rechnen mit Kongruenzen
- Abspalten von linearen und quadratischen Faktoren bei Polynomen
- Erkennen, Darstellen und Beschreiben geometrischer Sachverhalte
- Beweisen einfacher Folgerungen aus Axiomen der euklidischen Geometrie
- Beweisen von Sätzen aus dem Geometrieunterricht der Schule
- Konstruktives Lösen geometrischer Aufgabenstellungen
- Übertragen geometrischer Sachverhalte in analytische Formen und umgekehrt
- Klassifizieren von Kurven 2. Ordnung
- Anwenden algebraischer Methoden (insbesondere der linearen Algebra) auf die Behandlung geometrischer Probleme
- Klassifizieren geometrischer Eigenschaften im Sinne des Erlanger Programms als Invarianten geometrischer Abbildungsgruppen
- Verstehen metamathematischer Begriffe, Fragestellungen und Resultate
- Unterscheiden von Objektsprache und Metasprache sowie Semantik und Syntax
- Wiedergeben von Beweisideen ausgewählter klassischer Sätze der Grundlagen der Mathematik
- Anwenden von Resultaten der Metamathematik auf nicht voll formalisierte Theorien aus dem Mathematikunterricht
- Erkennen von Zusammenhängen zwischen metamathematischen und weltanschaulich-philosophischen Fragen

### 1.1.2. Inhalt

#### Themengruppe Grundbegriffe der Mathematik ( 30 Stunden)

##### Thema 1: Der logische Sprachgebrauch in der Mathematik ( 6 Stunden)

- Logische Operationen (Negation, Konjunktion, Disjunktion, Implikation, Äquivalenz, Generalisierung, Partikularisierung, "es gibt höchstens ein", "es gibt genau ein", bestimmter Artikel) und einige Beziehungen zwischen ihnen

##### Thema 2: Grundbegriffe der Mengenlehre (10 Stunden)

- Mengenbildungs- und Extensionalitätsprinzip
- Mengentheoretische Operationen und Relationen (Durchschnitt, Vereinigung, Mengendifferenz, Inklusion) und das Rechnen mit ihnen
- Mengensysteme und -familien
- Geordnetes Paar und kartesisches Produkt
- Endliche und unendliche Mengen

##### Thema 3: Abbildungen, Relationen, Operationen (14 Stunden)

- Korrespondenzen, Abbildungen, Relationen, Operationen; Definitions- und Wertebereich; Verkettung von Abbildungen; Umkehrkorrespondenz
- Surjektionen, Injektionen, Bijektionen, Permutationen
- Äquivalenzrelationen und Ordnungsrelationen (reflexive und irreflexive Form)
- Spezielle Eigenschaften und Operationen

#### Themengruppe Analysis (225 Stunden)

##### Thema 1: Grundbegriffe der Analysis ( 60 Stunden)

- Kombinatorik (Permutationen, Variationen, Kombinatoriken; Anzahlbestimmungen; Binomischer Satz)

- Charakterisierende Eigenschaften der reellen Zahlen (mit Bemerkungen zur axiomatischen Methode in der Mathematik)

- Rechnen mit Ungleichungen

- Rechnen mit komplexen Zahlen (einschließlich der geometrischen Veranschaulichung und der trigonometrischen Darstellung)

- Eigenschaften des n-dimensionalen euklidischen Raumes (Abstands- und Umgebungsbegriff)

- Zahlenmengen und Zahlenfolgen (Supremum, Infimum, Maximum, Minimum, Häufungswert, Grenzwert, Konvergenzkriterien)

- Rechnen mit Grenzwerten

- Unendliche Reihen (Konvergenzkriterien, Rechnen mit unendlichen Reihen, absolute Konvergenz)

##### Thema 2: Stetigkeit von Funktionen ( 24 Stunden)

- Begriff der reellen Funktion einer reellen Variablen (Definitionsbereich, Wertebereich, Monotonie, Beschränktheit) mit Beispielen aus dem Kombinationsfach

- Rechnen mit Funktionen (Summe, Produkt, inverse Funktion, Verkettung)

- Grenzwert einer Funktion an einer Stelle

- Stetigkeit einer Funktion (Folgen- und Umgebungsdefinition)

- Einseitige Grenzwerte und einseitige Stetigkeit einer Funktion

- Sätze über stetige Funktionen (einschließlich der Sätze über stetige Funktionen auf abgeschlossenen beschränkten Intervallen)

- Reelle Funktionen von zwei und mehr reellen Variablen (Begriff; Geometrische Veranschaulichung; Grenzwerte und Stetigkeit von Funktionen von zwei Variablen)

Thema 3: Differentiation von Funktionen (53 Stunden)

- Ableitung und Differentiationsregeln
- Mittelwertsätze der Differentialrechnung
- Ableitungen höherer Ordnung
- Partielle Ableitungen, Satz von Schwarz, totales Differential (mit Anwendungen in der Fehlerrechnung), Richtungsableitung und Gradient, Mittelwertsatz
- Taylorsche Formel für Funktionen von einer und zwei Variablen (bei zwei Variablen bis zu den Gliedern zweiter Ordnung)
- Kurvendiskussion (insbesondere Extremwerte, Wendepunkte, Konvexität)
- Extremwerte von Funktionen von zwei Variablen
- Potenzreihen (Konvergenzradius, Rechnen mit Potenzreihen, Stetigkeit und Differenzierbarkeit)

Thema 4: Analysis elementarer Funktionen (22 Stunden)

- Potenzfunktionen und rationale Funktionen
- Exponential- und Logarithmusfunktionen
- Trigonometrische und Arkusfunktionen
- Hyperbolische Funktionen und Areafunktionen
- Darstellung elementarer Funktionen durch Reihen
- Charakterisierung elementarer Funktionen durch Funktionalgleichungen

Thema 5: Integration von Funktionen einer reellen Variablen (54 Stunden)

- Definition des bestimmten Integrals nach Riemann
- Integrierbarkeitskriterien
- Mittelwertsätze der Integralrechnung
- Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung

- Integrationsmethoden (einschließlich Partialbruchzerlegung und Intergration gebrochener rationaler Funktionen)
- Anwendungen der Integralrechnung (Bogenlänge, Flächeninhalt, Volumen und Oberflächeninhalt von Rotationskörpern; Arbeit, Schwerpunkt, Trägheitsmoment)
- Begriff des Gebietsintegrals

Thema 6: Ausblick auf gewöhnliche Differentialgleichungen (12 Stunden)

- Problemstellung und geometrische Deutung
- Existenz- und Einzigkeitssatz (ohne Beweis)
- Methode der Trennung der Variablen (mit Beispielen aus dem Kombinationsfach)
- Lineare Differentialgleichungen mit konstanten Koeffizienten (als Beispiel die Differentialgleichung der harmonischen Schwingung)

Bemerkungen:

Es ist deutlich zu machen, wie die Einführung der elementaren Funktionen in der Schule ohne Benutzung der Differential- und Integralrechnung erfolgen kann.

An geeigneten Stellen sind numerisch-algorithmische Betrachtungen durchzuführen (z.B. Nullstellenberechnung durch Halbierungsverfahren, Fehlerbetrachtungen bei Reihenentwicklungen).

Themengruppe Algebra und Arithmetik (165 Stunden)

Thema 1: Lineare Algebra (55 Stunden)

- Systeme linearer Gleichungen (Gaußscher Algorithmus)
- Matrizen und Determinanten
- Reelle Vektorräume und lineare Abbildungen
- Eigenwerte, Eigenvektoren symmetrischer Matrizen

Thema 2: Grundlegende algebraische Strukturen (35 Stunden)

- Gruppen (Hinweis auf Halbgruppen)
- Isomorphie für Gruppen (mit Ausblick auf Homomorphie)
- Ringe, Integritätsbereiche, Körper (Hinweis auf Halbringe und Halbkörper)

Thema 3: Elemente der Zahlentheorie (20 Stunden)

- Primzahlen und Satz von der eindeutigen Primfaktorenzerlegung
- Teilbarkeit im Bereich der ganzen Zahlen
- Lineare Kongruenzen

Thema 4: Polynome (10 Stunden)

- Ring der Polynome in einer Unbestimmten
- Teilbarkeit in Polynomringen
- Fundamentalsatz der klassischen Algebra (ohne vollständigen Beweis)

Thema 5: Natürliche Zahlen (15 Stunden)

- Genetischer Aufbau der natürlichen Zahlen und Peanosches Axiomensystem
- Algebraische Charakterisierung des geordneten Halbrings der natürlichen Zahlen
- Induktive Definitionen
- Positionssysteme

Thema 6: Gebrochene und rationale Zahlen (10 Stunden)

- Konstruktion des geordneten Halbkörpers der gebrochenen Zahlen
- Konstruktion des geordneten Körpers der rationalen Zahlen
- Integritätsbereich der ganzen Zahlen

- Darstellung rationaler Zahlen durch Dezimalbrüche

Thema 7: Reelle Zahlen (15 Stunden)

- Konstruktion des geordneten Körpers der reellen Zahlen
- Vollständigkeit des Körpers der reellen Zahlen
- Charakterisierung des geordneten Körpers der reellen Zahlen
- Darstellung reeller Zahlen durch Dezimalbrüche

Thema 8: Komplexe Zahlen (5 Stunden)

- Konstruktion des Körpers der komplexen Zahlen
- Algebraische Gleichungen 2. und 3. Grades (Hinweis auf algebraische Gleichungen höheren Grades)

Themengruppe Geometrie (150 Stunden)

Thema 1: Analytische Geometrie in vektoralgebraischer Behandlung (60 Stunden)

- Vektoralgebra (Affine und euklidische Vektorräume, Produktbildungen von Vektoren und ihre physikalische Deutung, Länge, Winkelgröße, Flächeninhalt, Volumen)
- Lineare Mannigfaltigkeiten (Affine und euklidische Punkträume, Parameterdarstellung und parameterfreie Darstellung linearer Gebilde; Halbräume, Hinweis auf lineare Optimierung)
- Punkt- und Koordinatentransformationen
- Beweise elementargeometrischer Lehrsätze und Darstellung elementargeometrischer Sachverhalte mit Methoden der analytischen Geometrie
- Kurven zweiter Ordnung und deren euklidische Klassifikation (Schnittbetrachtungen, Hauptachsentransformation)

- Ausblick auf Flächen zweiter Ordnung und deren euklidische Klassifikation (unter Berücksichtigung der Belange des Kombinationsfaches)

Thema 2: Geometrische Abbildungen (30 Stunden)

- Kongruenzabbildung
- Ähnlichkeitsabbildung
- Affine Abbildung (mit Hinweis auf projektive Abbildung)
- Geometrien im Sinne des Erlanger Programmes
- Ausblick auf weitere geometrische Abbildungen (Auswahl in Abhängigkeit vom Kombinationsfach)

Thema 3: Axiomatischer Aufbau der ebenen und räumlichen euklidischen Geometrie (45 Stunden)

- Inzidenz, Parallelität, Verschiebungen
- Anordnung, Orientierung
- Bewegung und Kongruenz
- Strecken- und Winkelmessung (Archimedisches Axiom und Vollständigkeitsaxiom sind zu erläutern)
- Elementarer und allgemeiner Inhalt
- Ausblick auf nichteuklidische Geometrien

Thema 4: Geometrische Konstruktionen (15 Stunden)

- Konstruktionen mit Zirkel und Lineal
- Konstruktionen mit Zirkel und Lineal in algebraischer Behandlung
- Unlösbarkeit einiger Konstruktionsaufgaben mit Zirkel und Lineal (Hinweis auf Konstruktionen mit anderen Hilfsmitteln)

Themengruppe Grundlagen der Mathematik (45 Stunden)

Thema 1: Konstituierung formalisierter mathematischer Theorien (10 Stunden)

- Gegenstand (mengentheoretisch gefaßt)
- Aufbau formalisierter Sprachen (Signatur, Terme, Ausdrücke, Aussagen)
- Interpretation der Terme und Ausdrücke

Thema 2: Semantische Begriffe und Sätze (12 Stunden)

- Modelle von Ausdrucksmengen
- Folgern
- Identität
- Kompaktheitssatz und Satz von Löwenheim-Skolem, Ausblick auf Nichtstandardmodelle

Thema 3: Syntaktische Begriffe und Sätze (6 Stunden)

- Beweisbarkeitsrelation
- Gödelscher Vollständigkeitssatz mit Folgerungen

Thema 4: Zentrale Probleme der Metamathematik (8 Stunden)

- Widerspruchsfreiheit, Unabhängigkeit, Vollständigkeit und Kategorizität von Axiomensystemen
- Entscheidbarkeit und Axiomatisierbarkeit
- Ausdrucksfähigkeit mathematischer Theorien, Definierbarkeit; der Gödelsche Unvollständigkeitssatz

Thema 5: Überblick über ausgewählte Resultate der Metatheorie spezieller mathematischer Theorien (5 Stunden)  
(Zum Beispiel:

- Entscheidbarkeit der Arithmetik der reellen Zahlen

- Unentscheidbarkeit der elementaren Gruppentheorie und Entscheidbarkeit der elementaren Theorie der abelschen Gruppen
- Rekursive Unlösbarkeit des 10. Hilbertschen Problems)

Thema 6: Zur Metatheorie nicht voll formalisierter mathematischer Theorien, speziell aus dem Mathematikunterricht  
( 4 Stunden)

- Vorkommen von Metasprache, Unterscheidung von Zeichen und Bezeichneten
- Verwendung von Variablen, Termdefinition
- Rein syntaktisches Arbeiten, Algorithmen
- Äquivalente Umformungen
- Verwendung des Gleichheitszeichens
- Definieren, Beweisen, Axiomatik

Vertiefende Behandlung ausgewählter Themen des Grundkurses  
Mathematik (30 Stunden)

Beispielprogramm Differentialgleichungen

Thema 1: Existenzsatz für explizite Differentialgleichungen erster Ordnung mit Anfangswerten (mit Beweis)  
( 4 Stunden)

Thema 2: Elementar integrierbare Typen ( 4 Stunden)

- Trennbare Variable
- Homogene Variable
- Exakte Differentialgleichungen

Thema 3: Lineare Differentialgleichungen erster Ordnung  
( 3 Stunden)

- Variation der Konstanten

Thema 4: Systeme linearer Differentialgleichungen erster Ordnung  
( 8 Stunden)

- Existenz- und Eindeigkeitssatz für das Anfangswertproblem (mit Beweis)
- Fundamentalsysteme, Wronskideterminante
- Inhomogene Systeme
- Anwendungen auf physikalische Systeme (Schwingkreis, Regelkreise)

Thema 5: Systeme linearer Differentialgleichungen mit konstanten Koeffizienten  
( 5 Stunden)

Thema 6: Lineare Differentialgleichungen n-ter Ordnung  
( 6 Stunden)

- Beziehungen zu Systemen linearer Differentialgleichungen erster Ordnung
- Differentialgleichungen n-ter Ordnung mit konstanten Koeffizienten
- Anwendungen (Differentialgleichung der gedämpften und erzwungenen Schwingung)

Bemerkungen:

Dieses Beispielprogramm schließt an das Thema 6 der Themengruppe Analysis an und dient sowohl der vertiefenden Wiederholung wesentlicher Bestandteile des Grundkurses als auch der Anwendung mathematischer Methoden im Kombinationsfach Physik.

Es sind neben den Methoden der Analysis die Methoden der linearen Algebra vertiefend zu wiederholen und die Analogien zwischen der Theorie linearer Gleichungssysteme und der Theorie der Systeme linearer Differentialgleichungen herauszuarbeiten.

Beispielprogramm Lineare Optimierung (30 Stunden)

Thema 1: Einführung in die Lineare Optimierung (2 Stunden)

- Beispiele aus der Praxis, die auf lineare Optimierungsaufgaben führen
- Beziehungen zwischen linearen Optimierungsaufgaben und linearen Gleichungssystemen sowie zwischen linearen Optimierungsaufgaben und Extremwertaufgaben ohne und mit Nebenbedingungen

Thema 2: Theoretische Grundlagen der Linearen Optimierung (5 Stunden)

- Elementare Eigenschaften von konvexen Mengen und konvexen Polyedern
- Lineare Ungleichungen und Lösbarkeitsbedingungen

Thema 3: Lineare Optimierungsaufgaben (7 Stunden)

- Formulierung der linearen Optimierungsaufgabe und ihre geometrische Interpretation
- Geometrische Idee der Simplexmethode
- Die lineare Optimierungsaufgabe in Gleichungsform (zulässige Basispunkte: Eckpunkte einer konvexen polyedrischen Menge; Lösungsmenge der linearen Optimierungsaufgabe)

Thema 4: Die Simplexmethode (8 Stunden)

- Der Simplexalgorithmus (mit Beispielen)
- Entartung und numerische/rechentechnische Aspekte

Thema 5: Anwendungen der Linearen Optimierung in der ökonomischen und physischen Geographie (8 Stunden)  
(z.B. Transportprobleme, Standortprobleme)

#### Bemerkungen:

Dieses Beispielprogramm knüpft an das Thema 1 der Themengruppe Algebra und Arithmetik sowie an die Behandlung der linearen Mannigfaltigkeiten im Thema 1 der Themengruppe Geometrie an.

Der geometrischen Interpretation und Lösung von linearen Optimierungsaufgaben im zweidimensionalen Raum ist besondere Aufmerksamkeit zu widmen. Die Simplexmethode ist so darzustellen, daß gegebenenfalls im Rechentechnischen Praktikum darauf zurückgegriffen werden kann, um weitere numerische Gesichtspunkte behandeln zu können.

Weitere Varianten für die vertiefende Behandlung ausgewählter Themen des Grundkurses Mathematik sind unter Berücksichtigung der Zielstellung des Grundkurses von den Ausbildungseinrichtungen selbständig zu konzipieren. Das betrifft z.B. Themen zur Funktionentheorie, Funktionalgleichungen, Nichtlineare Optimierung, Differentialgeometrie, Projektive Geometrie, Nichteuklidische Geometrie, Zahlentheorie, Theorie der Symmetriegruppen.

#### Aufgabenpraktika (3 Wochen)

Für die Aufgabenpraktika werden typische Sach- und Anwendungsaufgaben, Konstruktions- und Beweisaufgaben aus allen Teilgebieten des Mathematikunterrichts, insbesondere der Klassen 5 bis 10, Aufgaben aus den Olympiaden Junger Mathematiker sowie Aufgaben aus allen Themengruppen des Grundkurses, bearbeitet.

Bei der Behandlung der Aufgaben werden insbesondere berücksichtigt:

- Selbständiges Finden von Lösungsansätzen und Lösungswegen
- Angeben der vollständigen Lösung
- Vergleichen von Lösungsvarianten
- Einordnen der zur Lösung einer Aufgabe verwendeten mathematischen Hilfsmittel in eine entsprechende mathematische Theorie und damit Festigen des theoretischen Verständnisses
- Lösen einer Aufgabe mit unterschiedlichen mathematischen Hilfsmitteln

- Entwickeln und Formulieren von Aufgaben zu vorgegebenen mathematischen Stoffgebieten
- Überprüfen von Lösungen
- Finden von Fehlern in Lösungsvorschlägen
- Einsetzen von Kleinstrechnern zur numerischen Lösung

### 2.1.3. Didaktisch-methodische Hinweise

Für die Themengruppen sind die angegebenen Stundenzahlen verbindlich; dabei sind für den gesamten Grundkurs Mathematik mindestens 255 Stunden Übungen bzw. Seminare zu sichern. Die ausgewiesenen Stundenzahlen für die einzelnen Themen sind als Empfehlungen anzusehen.

Die zeitliche Abfolge der Themen und Themengruppen wird nicht verbindlich festgelegt, sie muß aber ebenso wie die Schwerpunktsetzung innerhalb der Themen auf die Kombinationsfächer abgestimmt sein.

Für die Fachkombination Mathematik/Physik ist insbesondere der Aufbau des Grundkurses Mathematik so zu gestalten, daß bis zum Ende des ersten Studienjahres die Vektoralgebra, komplexe Zahlen, Grundbegriffe der Differential- und Integralrechnung sowie Reihenentwicklungen von Funktionen für die Physikausbildung zur Verfügung stehen.

Zur Ausprägung selbständiger wissenschaftlicher Arbeitsweisen im Studium sind in Vorlesungen, Übungen, Seminaren und Praktika die Studenten von Anfang an an die Studienbücherei "Mathematik für Lehrer" und an andere mathematische Literatur heranzuführen. Um eine aktivere Mitarbeit aller Studenten in den Übungen und Seminaren zu ermöglichen, wird bei Gruppen mit mehr als 20 Studenten eine Gruppenteilung empfohlen. In den ersten beiden Studienjahren sollte jeder Student in den Übungen bzw. Seminaren mindestens zwei Vorträge halten.

Die in der Themengruppe Grundbegriffe der Mathematik eingeführten Begriffe und Bezeichnungen sind im gesamten Grundkurs einheitlich zu verwenden. Die Vermittlung allgemeinerer Zusammenhänge sollte in dieser Themengruppe auf ein Mindestmaß beschränkt werden.

Es wird empfohlen, den Gebrauch der logischen an den entsprechenden mengentheoretischen Operationen zu erläutern oder auch die Themen 1 und 2 nebeneinander zu behandeln.

In den Übungen sollten vor allem die in der Vorlesung erarbeiteten Begriffe an Beispielen aus dem Mathematikunterricht der Schule konkretisiert werden.

In allen Bestandteilen der Themengruppe Analysis ist besonderer Wert auf eine Vertiefung und Fundierung in der Schule behandelter Lehrstoffe zu legen, das gilt insbesondere für die elementaren Funktionen. Es ist herauszuarbeiten, wie gegenwärtig im Schulunterricht die elementaren Funktionen ohne Verwendung der Differential- und Integralrechnung behandelt werden.

Bei der Behandlung der Themen Differentiation und Integration ist auf die entsprechenden Lehrstoffe der Abiturstufe Bezug zu nehmen.

Entsprechend den Erfordernissen des Kombinationsfaches (insbesondere der Physik) und der weiteren Ausbildungsbestandteile der Mathematik sind an geeigneten Stellen die Funktionen mehrerer unabhängiger Variabler einzubeziehen.

Die vielfältigen Möglichkeiten für die Anwendung der Analysis sowohl in der Mathematik als auch in den Naturwissenschaften bei besonderer Berücksichtigung der Physik sind zu nutzen.

Bei der Behandlung der Themengruppen Algebra und Arithmetik sollte in erster Linie die Entwicklung des strukturellen Denkens im Vordergrund stehen. Bei der Auswahl von Beispielen für algebraische Strukturen sind auch die Themen aus der Analysis und Geometrie zu berücksichtigen. In der Arithmetik ist auf den systematischen Aufbau der Zahlbereiche und den Vergleich mit dem Vorgehen in der Schule besonderer Wert zu legen.

In der Geometrieausbildung ist zu sichern, daß den Studenten die Beziehungen der Bestandteile des Geometrielehrganges der Schule untereinander und zu anderen Teilgebieten der Mathematik deutlich gemacht werden. Es ist Wert darauf zu legen, daß beim axiomatischen Aufbau der Geometrie einerseits das strukturelle Denken gefestigt, andererseits gezeigt wird, wie sich die Geometrie durch Abstraktion der grundlegenden strukturellen Eigenschaften des Anschauungsraumes entwickelt hat. In der analytischen Geometrie sind mit den affinen und euklidischen Räumen weitere wichtige

Strukturen der Mathematik bereitzustellen und enge Beziehungen zur Analysis und Algebra herauszuarbeiten.

In den Lehrveranstaltungen zur Themengruppe Grundlagen der Mathematik soll deutlich werden, daß es in der Mathematik um Fragestellungen geht, die die Gesamtheit aller Aussagen einer fest abgegrenzten mathematischen Theorie betreffen, und daß die Formalisierung der jeweiligen Objektsprache ein wesentliches Hilfsmittel ist, solche Probleme einer exakten mathematischen Behandlung überhaupt erst zugänglich zu machen.

Andererseits sollten die behandelten Gedankengänge auch auf das nicht voll formalisierte mathematische Vorgehen angewendet werden, mit dem die Studenten in ihrem Studium und in ihrer künftigen Praxis als Lehrer fast ausschließlich zu tun haben (Thema 6). Solche Betrachtungen sollten in die gesamte Themengruppe integriert und am Ende der Vorlesungsreihe gedrängt zusammengefaßt werden. Aussagen- und Prädikatenlogik sind nur in dem Umfang zu entwickeln, wie es für die zu behandelnden Themen erforderlich ist.

Die für diese Themengruppe ausgewiesenen Inhalte sind wenigstens an einigen ausgewählten Beispielen in aller Ausführlichkeit, Strenge und Anschaulichkeit darzustellen (etwa Beweise des absteigenden Löwenheim-Skolemschen Satzes oder des Kompaktheits-theorems).

Im Thema 1 sind bei Berücksichtigung der Themengruppe Grundbegriffe der Mathematik die syntaktische und semantische Konstituierung vorrangig beliebiger elementarer Arithmetik der natürlichen bzw. reellen Zahlen (volle Arithmetik, einige Teilsysteme), die elementare Gruppentheorie und die Elementargeometrie als Beispiele zu verwenden. Schwerpunkt im Thema 3 sollte die Herausarbeitung des grundsätzlichen Unterschiedes zwischen der semantischen Folgerungsrelation und einer auf Schlußregeln beruhenden syntaktischen Beweisbarkeitsrelation sowie des (mindestens exakt mitzuteilenden) Vollständigkeitssatzes sein. Axiomatisierbarkeit und Entscheidbarkeit sind unter Verwendung eines intuitiven Algorithmusbegriffs zu definieren, jedoch ist deutlich zu machen, daß der Nachweis der Nichtaxiomatisierbarkeit einer Präzisierung des Algorithmusbegriffs bedarf, die metamathematischer Natur ist.

Im Thema 5 ist eine Übersicht über einige wichtige Einzelresultate aus der Metatheorie spezieller mathematischer Theorien (Arithmetik, Gruppentheorie, Geometrie, Mengenlehre) zu geben, wobei die engen Wechselbeziehungen zwischen Semantik und Syntax herauszuarbeiten sind.

Ausgehend von der Zielstellung, die vertiefende Behandlung von Themen des Grundkurses auch für die Bereitstellung mathematischer Hilfsmittel und Grundlagen für das Kombinationsfach zu nutzen, wird empfohlen, die zeitliche Lage dieser Lehrveranstaltungen mit den jeweiligen Kombinationsfächern zu koordinieren. Den Studenten sind nach Möglichkeit verschiedene Gebiete zur Auswahl anzubieten; seminaristische Formen sind bei diesen Lehrveranstaltungen zu bevorzugen.

In den Aufgabenpraktika sollte durch differenzierte Aufgabenstellungen dem Wissens- und Könnensstand der Studenten Rechnung getragen werden.

Um die Studenten auch auf die methodischen Aspekte des Aufgabenlösens im Mathematikunterricht der Schule vorzubereiten, ist bei der Gestaltung der Praktika eine Zusammenarbeit der für den Grundkurs verantwortlichen Lehrkräfte mit Mitarbeitern des Bereiches Methodik des Mathematikunterrichts anzustreben.

Im Grundkurs Mathematik sind drei Zwischenprüfungen vorgesehen. Es wird empfohlen, die Zwischenprüfung nach dem 1. Semester als mündliche Gruppenprüfung oder als schriftliche Prüfung durchzuführen.

Der Grundkurs Mathematik wird mit der Hauptprüfung Mathematik abgeschlossen. In ihr hat der Student nachzuweisen, daß er die Grundbegriffe und wesentlichen Zusammenhänge in und zwischen den Teildisziplinen des Grundkurses Mathematik beherrscht und damit über notwendiges Wissen und Können für einen wissenschaftlich fundierten Mathematikunterricht verfügt.

## Literatur:

Studienbücherei Mathematik für Lehrer, VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin.

Band 1: Asser, G., Grundbegriffe der Mathematik I

Band 2: Wisliceny, J., Grundbegriffe der Mathematik II

Band 3: Flachsmeyer, J., L. Prohaska, Algebra

Band 4: Brehmer, S., H. Apelt, Analysis I

Band 5: Brehmer, S., H. Apelt, Analysis II

Band 6: Böhm, J., W. Börner, E. Hertel, O. Krötenheerdt, W. Mögling und L. Stammler, Geometrie I

Band 7: Böhm, J., W. Börner, E. Hertel, O. Krötenheerdt, W. Mögling und L. Stammler, Geometrie II

Band 12: Schreiber, P., Grundlagen der Mathematik

Band 14: Autorenkollektiv, Aufgabensammlung I

Band 15: Autorenkollektiv, Aufgabensammlung II

### 1.2. Lehrgebiet Darstellende Geometrie

Gesamtstundenzahl: 60 Stunden (30 Stunden Vorlesungen, 30 Stunden Übungen)

#### 1.2.1. Zielstellung

Das Lehrgebiet ergänzt die Geometrie des Grundkurses und leistet ebenfalls einen entscheidenden Beitrag zur Entwicklung des räumlichen Wahrnehmungs- und Vorstellungsvermögens. Die Studenten lernen einerseits Objekte des dreidimensionalen Raumes in der Zeichenebene darzustellen und Aufgaben der räumlichen Geometrie konstruktiv zu lösen und andererseits aus ebenen Abbildungen solcher Objekte sich räumliche Vorstellungen von ihnen zu verschaffen und sie als Freihandskizzen im Schrägbild zu veranschaulichen.

Die Studenten erwerben die fachlichen Voraussetzungen zur Erteilung des Unterrichts in Darstellender Geometrie im Rahmen der Mathematikausbildung in der Schule sowie zur Anwendung der Darstellenden Geometrie in anderen Lehrgebieten der Mathematik und im Kombinationsfach.

In diesem Lehrgebiet eignen sich die Studenten vor allem die folgenden Fähigkeiten und Fertigkeiten an:

- Darstellen räumlicher Objekte durch ebene Bilder
- Erkennen geometrischer Eigenschaften aus ebenen Bildern räumlicher Objekte
- Konstruktives Lösen von Aufgaben der räumlichen Geometrie
- Konstruktives Auswerten geometrischer Verwandtschaften, z.B. perspektiver Affinitäten
- Verwenden von Zeichnungen als Verständigungsmittel neben Sprache, Schrift und Formel
- Handhaben von Zirkel, Zeichendreieck und Lineal
- Exaktes und sauberes Zeichnen

#### 1.2.2. Inhalt

(30 Stunden)

Thema 1: Ein- und Mehrtafelverfahren

- Abbildungsverfahren  
(Überblick über Parallelprojektion, Zentralprojektion, Normalprojektion, Schrägrißverfahren)
- Eintafelverfahren  
(Darstellung von Punkten, Geraden, Ebenen, Lage- und Maßaufgaben)
- Zweitafelverfahren  
(Darstellung von Punkten, Geraden, Ebenen, Lageaufgaben, Schnittaufgaben, Maßaufgaben)
- Seitenrisse  
(Konstruktionsverfahren zur Einführung neuer Bildebenen, Seitenrisse als Hilfsmittel für Konstruktionen und zur Gewinnung anschaulicher Bilder)

Thema 2: Perspektive Affinitäten und Anwendungen (12 Stunden)

- Perspektive Affinitäten  
(Definition, Eigenschaften, Anwendung bei der Umklappung ebener Figuren)
- Ellipsen  
(Schrägbild eines Kreises, ebene Schnitte von Kreiszylinder und Kreiskegel; Durchmesser- und Tangenteneigenschaften; Zweikreis konstruktion)

Thema 3: Axonometrie (10 Stunden)

- schiefe Axonometrie
- normale Axonometrie
- frontale Axonometrie

Thema 4: Spezielle Gegenstände der Darstellenden Geometrie in Abhängigkeit vom Kombinationsfach (8 Stunden)

Zum Beispiel:

- Ebenenschnitte gerader Kreiskegel  
(für die Fachkombination Mathematik/Physik)
- Darstellung regulärer und halbrekulärer Polyeder  
(für die Fachkombination Mathematik/Chemie)
- Abbildungen der Kugel  
(für die Fachkombination Mathematik/Geographie)
- Zentralperspektive  
(für die Fachkombination Mathematik/Kunsterziehung)

1.2.3. Didaktisch-methodische Hinweise

In den Übungen ist besonderer Wert darauf zu legen, daß die Konstruktionen durch Gesetzmäßigkeiten der ebenen und räumlichen Geometrie begründet werden. Zur Förderung des Erkenntnisprozesses und zur Erhöhung der Effektivität der Lehrveranstaltungen sind auch die für dieses Lehrgebiet herausgegebenen Foliensätze und Arbeitsblätter einzusetzen.

Bei der Behandlung der Axonometrie ist der Satz von Pohlke zu erläutern, wobei auf einen vollständigen Beweis verzichtet werden kann.

Für den in der Darstellenden Geometrie geforderten Beleg sind von den Studenten Zeichnungen anzufertigen.

Literatur:

Studienbücherei Mathematik für Lehrer, VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin.

Band 8: Schröder, E., Darstellende Geometrie

1.3. Lehrgebiet Wahrscheinlichkeitstheorie und mathematische Statistik

Gesamtstundenzahl: 75 Stunden (45 Stunden Vorlesungen, 30 Stunden Übungen)

1.3.1. Zielstellung

In diesem Lehrgebiet werden die Studenten mit den grundlegenden Ideen und Begriffen der mathematischen Theorie zur Behandlung zufälliger Erscheinungen vertraut gemacht und in die stochastische Denkweise eingeführt. Die Studenten erwerben Kenntnisse über die prinzipiellen Möglichkeiten der mathematischen Behandlung zufälliger Erscheinungen. Sie lernen, einfache zufällige Erscheinungen selbständig mathematisch zu modellieren und zu behandeln, und erwerben die Fähigkeit, Aussagen, die mit Methoden der Wahrscheinlichkeitstheorie und der mathematischen Statistik gewonnen wurden, zu verstehen und zu interpretieren. Die Studenten werden befähigt, den fakultativen Unterricht auf dem Gebiet der Wahrscheinlichkeitsrechnung zu erteilen und selbständig Arbeitsgemeinschaften für Schüler auf diesem Gebiet durchzuführen.

Die Studenten erkennen am Beispiel dieses Lehrgebietes, wie die Mathematik reale Erscheinungen in ihren Axiomen abbildet, in ihren Theorien behandelt und wie dadurch neue Aussagen über reale Erscheinungen möglich werden. Sie lernen durch die Behandlung entsprechender Beispiele die Bedeutung dieser Teildisziplin der Mathematik für die Volkswirtschaft kennen und vertiefen dadurch

ihre Wissen über die Aufgaben der Mathematik in der gesellschaftlichen Praxis.

In diesem Lehrgebiet erwerben die Studenten vor allem folgende Fähigkeiten und Fertigkeiten:

- Konstruieren beschreibender Wahrscheinlichkeitsräume für einfache mit dem Zufall verbundene Erscheinungen
- Sachgerechtes Auswählen von Standardverteilungen für bestimmte Modellklassen
- Berechnen von Wahrscheinlichkeiten zusammengesetzter Ereignisse sowie von Erwartungswerten und Streuungen reeller Zufallsgrößen
- Anwenden von Grenzwertsätzen zur näherungsweise Berechnung von Wahrscheinlichkeiten und zur Modellwahl
- Empirisches Bestimmen von Wahrscheinlichkeiten und Erwartungswerten mit vorgegebener Genauigkeit und vorgegebener statistischer Sicherheit
- Bearbeiten ausgewählter statistischer Probleme bis zur rechen-technischen Realisierung
- Benutzen statistischer Tafeln

### 1.3.2. Inhalt

Thema 1: Einführung ( 4 Stunden)

- Die Bedeutung der Wahrscheinlichkeitstheorie und der mathematischen Statistik für die Volkswirtschaft
- Einführung der Begriffe Experiment, Elementarereignis, Ereignis und zufälliges Ereignis an Hand einer Analyse realer zufälliger Erscheinungen
- Das reale Stabilwerden der relativen Häufigkeit, die Wahrscheinlichkeit eines zufälligen Ereignisses
- Das Verhältnis von Notwendigkeit und Zufall sowie Kausalität und Zufall
- Die Grundaufgaben der Wahrscheinlichkeitstheorie und der mathematischen Statistik

- Bemerkungen zur Geschichte der Wahrscheinlichkeitstheorie

Thema 2: Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitstheorie ( 25 Stunden)

- Der Wahrscheinlichkeitsraum (Grundmenge, Ereignisalgebra, Verteilungsgesetz; Diskussion der Grundbegriffe)
- Verteilungsgesetz auf endlichen und abzählbar unendlichen Mengen
- Die Gleichverteilung auf endlichen Mengen
- Zufallsvariable und ihre Verteilungsgesetze
- Statistische Qualitätskontrolle (Testen einer Hypothese über den Anteil defekter Stücke in einer Lieferung; hypergeometrische Verteilung)
- Bedingte Wahrscheinlichkeiten
- Formel für die totale Wahrscheinlichkeit und Bayessche Formel
- Stochastische Unabhängigkeit von zwei und endlich vielen Ereignissen
- Geometrische Wahrscheinlichkeiten

Thema 3: Wahrscheinlichkeit und relative Häufigkeit ( 8 Stunden)

- Das Bernoullische Schema, die Binomialverteilung
- Das schwache Gesetz der großen Zahlen
- Schätzen einer unbekannteren Wahrscheinlichkeit

Thema 4: Zufällige reelle Zahlen (20 Stunden)

- Der beschreibende Wahrscheinlichkeitsraum
- Die Verteilungsfunktion
- Zufallsgrößen über einem Wahrscheinlichkeitsraum
- Diskrete Verteilungsgesetze (Beispiele: Einpunktverteilung, Binomialverteilung)

- Stetige Verteilungsgesetze (Beispiele: Exponentialverteilung, Gleichverteilung auf einem endlichen Intervall, Normalverteilung)
- Verteilung von Funktionen zufälliger reeller Zahlen
- Erwartungswert von Funktionen zufälliger reeller Zahlen; Streuung
- Die Tschebyschewsche Ungleichung
- ▼ Zufällige Vektoren
- Die empirische Verteilungsfunktion; Satz von Gliwenko

#### Thema 5: Grenzwertsätze

( 6 Stunden)

- Der Poissonsche Grenzwertsatz
- Der zentrale Grenzwertsatz

#### Thema 6: Grundaufgaben der mathematischen Statistik (12 Stunden)

- Statistische Methoden zur Bestimmung unbekannter Parameter (Punktschätzung, Intervallschätzung, Hypothesenprüfung)
- Darstellung einiger statistischer Methoden an typischen praktischen Aufgabenstellungen (insbesondere aus dem Kombinationsfach)

#### 1.3.3. Didaktisch-methodische Hinweise

Die Axiome und Begriffe der Wahrscheinlichkeitstheorie und mathematischen Statistik sind als theoretische Widerspiegelungen realer Sachverhalte einzuführen und zu behandeln.

Auf das Verständnis dieses realen Inhaltes der mathematischen Begriffe ist besonderer Wert zu legen. Die Darstellung der mathematischen Begriffe ist deshalb stets mit der Behandlung von Anwendungsbeispielen zu verbinden. In der Vorlesung sind nur solche Begriffe einzuführen, die im weiteren auch benutzt werden.

In diesem Lehrgebiet ist die Bedeutung mathematischer Theorien für die Lösung praktischer Probleme deutlich zu machen. Die Vorlesungen und Übungen sind zu nutzen, um mathematisches Wissen aus dem Grundkurs zu festigen und die Fähigkeiten der Studenten zum exakten mathematischen Arbeiten weiterzuentwickeln.

Die mathematische Modellierung realer Vorgänge ist als wichtiger Schritt bei der Anwendung der Mathematik an vielen Beispielen darzustellen. Dabei ist auch auf das Verhältnis von mathematischem Modell und realem Vorgang einzugehen. In diesem Zusammenhang ist die gleichrangige Bedeutung von Wahrscheinlichkeitstheorie und mathematischer Statistik für die Anwendungen deutlich zu machen. Beide Gebiete sind weitgehend als eine Einheit zu behandeln.

Bei der Auswahl der Beispiele und der statistischen Verfahren sind Problemstellungen aus dem Kombinationsfach sowie aus den Methodiken, der Pädagogik und der Psychologie zu berücksichtigen. Die in diesem Lehrgebiet erworbenen Kenntnisse sind durch die Behandlung statistischer Probleme im Rahmen des Rechen-technischen Praktikums zu erweitern und zu vertiefen.

In der Vorlesung ist auch darauf einzugehen, wie man sich in einer Darstellung für Schüler auf Wahrscheinlichkeitsräume mit endlicher oder abzählbar unendlicher Grundmenge und deren Potenzmenge als Ereignisalgebra und damit auf ein entsprechend vereinfachtes Axiomensystem beschränken kann.

Um die bei der erstmaligen Beschäftigung mit der Wahrscheinlichkeitstheorie und der mathematischen Statistik erfahrungsgemäß auftretenden Verständnisschwierigkeiten abzubauen, wird bei Gruppen mit mehr als 20 Studenten eine Gruppenteilung empfohlen.

Es wird weiter empfohlen, die Abschlußprüfung zu diesem Lehrgebiet in mündlicher Form durchzuführen.

#### Literatur:

Studienbücherei Mathematik für Lehrer, VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin.

Band 11: Maibaum, G., Wahrscheinlichkeitstheorie und mathematische Statistik

#### 1.4. Lehrgebiet Numerische Mathematik und Informationsverarbeitung

Gesamtstundenzahl: 120 Stunden (60 Stunden Vorlesungen,  
60 Stunden Übungen)

3 Wochen Rechentechnisches Praktikum in den  
vorlesungsfreien Zeiten

##### 1.4.1. Zielstellung

In diesem Lehrgebiet werden die Studenten mit grundlegenden Problemen und Methoden der Numerischen Mathematik und Informationsverarbeitung bekannt gemacht, sie lernen deren Bedeutung für die Anwendung der Mathematik in anderen Wissenschaften, in der Volkswirtschaft und in anderen Bereichen der Gesellschaft kennen.

Die Studenten erwerben damit weitere Kenntnisse und Fähigkeiten für die Gestaltung eines lebensverbundenen obligatorischen und fakultativen Mathematikunterrichts sowie für die Durchführung von Arbeitsgemeinschaften und anderen Formen der außerunterrichtlichen Tätigkeit. Sie dringen tiefer in den algorithmischen Aspekt einer mathematischen Problemstellung ein.

In der Themengruppe Informationsverarbeitung werden die Studenten im Hinblick auf die zunehmende Bedeutung der Rechentechnik für alle Bereiche der Volkswirtschaft wie auch des täglichen Lebens mit der prinzipiellen Struktur und Arbeitsweise eines Rechners sowie mit den Möglichkeiten der Kommunikation zwischen Mensch und Rechner vertraut gemacht. Sie erhalten einen Einblick in die Möglichkeiten und Grenzen der Bearbeitung von numerischen und nicht-numerischen Fragestellungen auf Rechenanlagen und lernen exemplarisch Anwendungsmöglichkeiten der Informationsverarbeitung in verschiedenen Bereichen der Volkswirtschaft kennen. Der Aufwand, den die Vorbereitung und Realisierung eines Rechenprozesses erfordert, wird verdeutlicht.

In der Themengruppe Numerische Mathematik werden grundlegende Probleme beim numerischen Rechnen und Methoden zur numerischen Lösung von Gleichungen, Gleichungssystemen und zur Approximation von Funktionen behandelt. Es werden insbesondere solche Verfahren vermittelt, die auf Kleinstrechnern und Kleinrechenanlagen abgearbeitet werden können und Beziehungen zum Schulstoff haben. Die Studenten lernen, Rechner für die Lösung typischer Fragestellungen

gen der Numerischen Mathematik zu nutzen.

Im Rechentechnischen Praktikum bearbeiten die Studenten Aufgaben von der Analyse des Problems bis hin zur rechentechnischen Auswertung. Sie erwerben Fertigkeiten im Entwerfen und Notieren von Algorithmen sowie bei deren Realisierung auf Rechnern. Durch Aufgabenstellungen aus anderen Ausbildungsfächern und der Praxis gewinnen die Studenten tiefere Einsichten in die Verbindung von Theorie und Praxis auf dem Gebiet der Mathematik.

In diesem Lehrgebiet erwerben die Studenten vor allem folgende Fähigkeiten und Fertigkeiten:

- Verstehen und Aufstellen von Programmablaufplänen
- Erarbeiten von Algorithmen für einfache Aufgabenstellungen
- Erarbeiten von einfachen Programmen in der behandelten Programmiersprache
- Durchführen von Fehlerbetrachtungen bei arithmetischen Operationen und Funktionswertberechnungen
- Numerisches Lösen von linearen Gleichungssystemen und nichtlinearen Gleichungen
- Approximieren von Funktionen durch Polynome
- Rechentechnisches Bearbeiten einfacher Aufgaben der mathematischen Statistik
- Verwenden von Kleinstrechnern (Taschen- und Tischrechner, insbesondere programmierbare)

##### 1.4.2. Inhalt

Themengruppe Informationsverarbeitung (45 Stunden)

Thema 1: Der Digitalrechner als informationsverarbeitendes System (8 Stunden)

- Arbeitsweise digitaler Rechenanlagen (Darstellung von Zahlen, Rechnerarithmetik, technische Realisierung)
- Aufbau und Funktionsgruppen eines Digitalrechners

- Überblick über Entwicklungsetappen und -tendenzen

Thema 2: Steuerung des Verhaltens informationsverarbeitender Systeme unter Anwendung von Algorithmen (10 Stunden)

- Beispiele für numerische und nichtnumerische Algorithmen (z.B. Sortieralgorithmen)
- Intuitiver Algorithmenbegriff, Grundforderungen an einen Algorithmus, Eigenschaften von Algorithmen
- Programmablaufpläne zur Beschreibung von Algorithmen
- Beispiele für das Auftreten algorithmischer Vorschriften im Schulunterricht

Thema 3: Programmiersprachen (18 Stunden)

- Einführung in eine algorithmische Sprache (Mindestanforderung an die Sprache: Formalisierung numerischer Algorithmen; mögliche Sprachen sind z.B. ALGOL, FORTRAN, PASCAL, SIMULA, DIWA)
- Syntax und Semantik von Programmiersprachen
- Einordnung der behandelten Programmiersprache

Thema 4: Elementare Datenstrukturen (5 Stunden)

- Listen (Stapel, Warteschlangen, Bäume)
- Anwendung in der nichtnumerischen Datenverarbeitung

Thema 5: Einsatzmöglichkeiten von informationsverarbeitenden Systemen (4 Stunden)

- Betriebsweisen (Stapel, Dialog, Prozeß)
- Anwendungsbeispiele

Themengruppe Numerische Mathematik (75 Stunden)

Thema 1: Grundlegende Begriffe der Numerischen Mathematik (10 Stunden)

- Arithmetik in diskreten, endlichen Zahlbereichen
- Fehler und Fehlerfortpflanzung
- Numerische Stabilität und ihre Erzeugung durch Auswahl geeigneter Berechnungsalgorithmen

Thema 2: Lösen von Gleichungen (35 Stunden)

- Iterationsverfahren im  $\mathbb{R}^1$  (Iterationsprinzip; Newtonverfahren, regula falsi; Konvergenzbedingungen, Konvergenzordnung)
- Bestimmung der Wurzeln von Polynomgleichungen
- Allgemeines Iterationsprinzip im  $\mathbb{R}^n$
- Iterationsverfahren für lineare Gleichungssysteme
- Iterative Lösung nichtlinearer Gleichungssysteme (Newtonverfahren)
- Ergänzungen zum Gaußschen Algorithmus (Genauigkeitsfragen, Pivotisierung, Rechenaufwand)

Thema 3: Approximation von Funktionen (20 Stunden)

- Prinzipien zur Approximation von Funktionen
- Interpolation mit Polynomen
- Diskrete Quadratmittelapproximation mit Polynomen

Thema 4: Numerische Quadratur (10 Stunden)

- Herleitung von Interpolationsquadraturformeln
- Hinweise auf weitere Quadraturformeln

## Rechentechnisches Praktikum

( 3 Wochen)

- Erarbeitung von Programmablaufplänen und Programmen zu einfachen Aufgaben aus Algebra, Arithmetik und Analysis
- Erarbeitung von Programmen zu weiteren Aufgaben aus der Numerischen Mathematik und ihre Realisierung auf dem zur Verfügung stehenden Rechner
- Erarbeitung von Programmen zur rechentechnischen Behandlung einfacher statistischer Aufgaben
- Auswertung von numerischen Rechnungen
- numerische und rechentechnische Aufbereitung von Aufgaben aus anderen mathematischen Lehrgebieten und aus anderen Ausbildungsdisziplinen sowie von Aufgaben aus der Praxis

### 1.4.3. Didaktisch-methodische Hinweise

Bei der Auswahl des Stoffes und bei der Vorgehensweise sind den Anforderungen an den Mathematiklehrer entsprechend Grundprinzipien der Arbeitsweise in Numerischer Mathematik und Informationsverarbeitung herauszuarbeiten und gegenüber einer Vielzahl spezieller Kenntnisse und Verfahren zu bevorzugen.

Bei der Behandlung der Numerischen Mathematik ist an Themen des Grundkurses Mathematik anzuknüpfen und dabei das von den Studenten erworbene Wissen und Können zu wiederholen und zu vertiefen. Die Aufgaben des Lehrgebietes sind an Problemstellungen aus der Praxis zu stellen.

Für das Verhältnis von Vorlesungen zu Übungen wird in der Themengruppe Informationsverarbeitung 2 : 1 und in der Themengruppe Numerische Mathematik 2 : 3 vorgeschlagen.

Zur effektiven Gestaltung der Übungen und des Praktikums ist die selbständige Arbeit der Studenten am Rechner notwendig. Durch die Erarbeitung von Algorithmen zur Lösung von geeigneten Fragestellungen aus anderen Fächern und der Praxis, die Beschreibung der Algorithmen mittels einer Programmiersprache und deren anschließende Bearbeitung auf dem Rechner ist die Bedeutung mathematischer Methoden in anderen Wissenschaften weiter bewußtzumachen.

Die in den verschiedenen Fachkombinationsstudienplänen unterschiedlich festgelegte zeitliche Lage des Praktikums kann in Absprache mit dem Kombinationsfach nach den Möglichkeiten der Einrichtung variiert werden. Der erfolgreiche Abschluß des Praktikums ist Voraussetzung für die Zulassung zur Abschlußprüfung in diesem Lehrgebiet.

### Literatur:

Studienbücherei Mathematik für Lehrer, VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin

Band 9: Kaiser, H., Numerische Mathematik und Rechentechnik I

Band 10: Kaiser, H., Numerische Mathematik und Rechentechnik II

Band 15: Autorenkollektiv, Aufgabensammlung II

Band 19: Kerner, I. O., Numerische Mathematik mit Kleinrechnern

### 1.5. Lehrgebiet Geschichte der Mathematik

Gesamtstundenzahl: 30 Stunden Vorlesungen

#### 1.5.1. Zielstellung

Die Ausbildung in diesem Lehrgebiet hat das Ziel, den Studenten einen auf dem historischen Materialismus beruhenden Überblick über die Entwicklung der Mathematik zu vermitteln und sie damit zu befähigen, die historischen Aspekte der Mathematik zur kommunistischen Erziehung der Schüler bewußt und systematisch zu nutzen. Das Lehrgebiet Geschichte der Mathematik leistet einen wesentlichen Beitrag zur weltanschaulichen Bildung und Erziehung der Studenten aus fachspezifischer Sicht sowie zur Entwicklung ihres sozialistischen Geschichtsbewußtseins.

Die Studenten erwerben Kenntnisse über die wichtigsten Entwicklungsetappen der Mathematik und über deren gesetzmäßige Beziehungen zur Entwicklung der Produktivkräfte und Produktionsverhältnisse und zur Entwicklung anderer Wissenschaften. Sie lernen an Beispielen die Entwicklung grundlegender mathematischer Begriffe, Methoden und Theorien von ihrem Entstehen bis zum gegenwärtigen Entwicklungsstand kennen. Damit erwerben die Studenten ein tiefe-

res Verständnis für die Mathematik, insbesondere für ihre weltanschaulich-philosophischen Aspekte.

### 1.5.2. Inhalt

Thema 1: Einführung ( 1 Stunde)

- Ziele und Methoden der Historiographie der Mathematik und der Naturwissenschaften

Thema 2: Die Anfänge der Mathematik in der Urgesellschaft und in den altorientalischen Klassengesellschaften ( 3 Stunden)

- Herausbildung einfachster mathematischer Begriffe in der Urgesellschaft (Anzahlbegriffe und einfache geometrische Vorstellungen)
- Altägyptische Mathematik
- Mesopotamische Mathematik

Thema 3: Griechisch-hellenistische Mathematik ( 6 Stunden)

- Ionische Periode (Thales, Demokrit, Hippokrates; pythagoreische Schule)
- Athenische Periode (Grundlagenschwierigkeiten, geometrische Algebra, Endoxos)
- Hellenistische Periode (Alexandrinische Schule, Euklid, Archimedes, Apollonius, Ptolemaios, Heron, Diophant)
- Verfallsperiode (Pappos, die wissenschaftlichen Erben der antiken Mathematik)

Thema 4: Mathematik im Feudalismus ( 2 Stunden)

- Mathematik in Indien und China (insbesondere das dezimale Positionssystem)
- Mathematik in den Ländern des Islam (Ziffernrechnen, Arithmetik, Algebra und Trigonometrie)
- Mathematik im mittelalterlichen Europa (Übernahme mathematischer Kenntnisse aus der Welt des Islam; Universitätsgründungen, Scholastik)

Thema 5: Mathematik in der Epoche des Überganges vom Feudalismus zum Kapitalismus. Renaissance ( 4 Stunden)

- Herausbildung eines neuen Weltbildes in der Renaissance (u.a. heliozentrisches Weltbild, Keplersche Gesetze)
- Neue gesellschaftliche Forderungen an die Mathematik (Übergang von der Natural- zur Geldwirtschaft, Navigation, Bauwesen, Ballistik, bildende Kunst)
- Entwicklung der Rechenmethoden und Rechenhilfsmittel (Dezimalbrüche, Logarithmen, mechanische Rechenmaschinen)
- Entwicklung der Trigonometrie
- Herausbildung der Algebra (Rechenmeister, Goß; Vieta)
- Entwicklung der Geometrie (mathematische Perspektive, geometrische Optik)

Thema 6: Mathematik in der Epoche des Überganges vom Feudalismus zum Kapitalismus. Wissenschaftliche Revolution ( 6 Stunden)

- Wissenschaftliche Revolution (Wesen, Bedeutung; neue Organisationsformen der Wissenschaften)
- Herausbildung der analytischen Geometrie (Descartes, Fermat, Euler)
- Herausbildung der Infinitesimalrechnung (Differential- und Integralrechnung, Unendliche Reihen; gewöhnliche Differentialgleichungen)
- Durchbildung der infinitesimalen Methoden und ihre Anwendung in den Naturwissenschaften, insbesondere Astronomie und Mechanik

Thema 7: Mathematik in der Periode des Kapitalismus und Imperialismus ( 4 Stunden)

- Industrielle Revolution (Wesen, Bedeutung; Wissenschaft als Produktivkraft)
- Neue Organisationsformen der Wissenschaft
- Entwicklung und Differenzierung der Geometrie (Darstellende Geometrie, projektive Geometrie; synthetische Geometrie, analytische Geometrie; Erlanger Programm)
- Entwicklung der Algebra (Fundamentalsatz der Algebra, Theorie algebraischer Gleichungen, Herausbildung algebraischer Grundstrukturen)
- Weitere Entwicklung der Analysis (Hinweise auf die Entwicklung der Funktionstheorie)
- Präzisierung der Grundlagen der Analysis (Konvergenz, Zahlbegriff, Entstehung und Durchsetzung der Mengenlehre)

- Herausbildung neuer mathematischer Spezialdisziplinen (Einblicke in die Entwicklung der Mathematischen Logik, der Wahrscheinlichkeitstheorie und der höheren Analysis)

Thema 8: Mathematik in der Epoche des Überganges vom Kapitalismus zum Sozialismus ( 4 Stunden)

- Gesellschaftliche Stellung der Wissenschaften, insbesondere der Mathematik im Sozialismus
- Entwicklungstendenzen der Mathematik im 20. Jahrhundert (Grundlagenprobleme; Verbindung zur Praxis, Rechentechnik)
- Entwicklung der Mathematik in der DDR

### 1.5.3. Didaktisch-methodische Hinweise

In der Vorlesung Geschichte der Mathematik ist die historische Entwicklung derjenigen mathematischen Stoffgebiete zu betonen, die an der allgemeinbildenden polytechnischen Oberschule gelehrt werden. Der darüber hinaus zu vermittelnde Einblick in die Geschichte der höheren Mathematik sollte nur in dem Umfang erfolgen, wie er für das Verständnis bestimmter Entwicklungslinien der Mathematik notwendig und mit dem in den anderen Lehrgebieten erworbenen Wissen möglich ist.

Bei der Darstellung des Stoffes ist vornehmlich die gesellschaftliche Funktion und der Charakter der Mathematik in den verschiedenen Gesellschaftsformationen herauszuarbeiten, und es sind die entscheidenden Triebkräfte für die Veränderung des Gesamtcharakters der Mathematik beim Übergang von einer Gesellschaftsformation zur anderen zu verdeutlichen. Die Wechselbeziehungen zwischen Theorie und Praxis, die Beziehungen zur Entwicklung der Naturwissenschaften, zur Entwicklung der Produktivkräfte und zur Entwicklung der Ideologien in den verschiedenen Gesellschaftsformationen sind konkret zu untersuchen und gleichzeitig die Abläufe eigengesetzlicher Entwicklungsgänge mathematischer Disziplinen darzustellen.

Die Themen 1 bis 5 sind vorrangig im Überblick darzustellen; bei der Behandlung der Themen 6 bis 8 ist in starkem Maße von der Möglichkeit der Auswahl und Schwerpunktsetzung Gebrauch zu machen. Dabei sind insbesondere die spezifischen Belange des jeweiligen Kombinationsfaches, das Forschungsprofil der Ausbildungseinrichtung und lokale Traditionen zu berücksichtigen. Für die Fachkombinationen Mathematik/Physik und Mathematik/Chemie ist zum Beispiel der Entwicklungsgeschichte der Infinitesimalrechnung und ihren Beziehungen zu den Naturwissenschaften relativ breiter Raum einzuräumen, während in den Fachkombinationen Mathematik/Geographie und Mathematik/Kunsterziehung die Entwicklung der Geometrie (in ihren Beziehungen zur Astronomie, Navigation, Geodäsie und Kartographie bzw. zur Bildenden Kunst und Architektur) stärker zu berücksichtigen ist.

Die Studenten sind durch gezielte Literaturempfehlungen zur selbständigen Beschäftigung mit dem Lehrgebiet anzuregen, insbesondere im Hinblick auf ausgewählte Quellen und auf biographische Literatur, da das biographische Element in der Vorlesung auf wenige, sorgfältig ausgewählte Beispiele beschränkt werden muß. Als Abschluß für das Lehrgebiet ist ein Testat vorgesehen.

#### Literatur:

Studienbücherei Mathematik für Lehrer, VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin.

Band 13: Wußing, H., Vorlesungen zur Geschichte der Mathematik  
VEB Verlag Volk und Wissen, Berlin

Wußing, H. und W. Arnold, Biographien bedeutender Mathematiker

#### 2. Zur Gestaltung der wahlweise-obligatorischen Ausbildung im Fach Mathematik

Gesamtstundenzahl: 180 Stunden

Die wahlweise-obligatorische Ausbildung im Fach Mathematik, die mit der Verteidigung der Diplomarbeit abschließt, ermöglicht den Studenten ein tieferes Eindringen in ausgewählte Teilgebiete der Mathematik und festigt, vertieft und erweitert das in der bisherigen Ausbildung erworbene Wissen und Können.

Es werden wichtige Voraussetzungen zur Nutzung und Anwendung allgemeiner und spezifischer Arbeits- und Forschungsmethoden weiterentwickelt. Durch die Heranführung der Studenten an die Lösung von Forschungsaufgaben unter Anleitung der Hochschullehrer und anderer in der Forschung verantwortlich tätigen Lehrkräfte wird erreicht, daß sich ihre Eigenverantwortung für das Studium und gegenüber der Gesellschaft in dieser besonders schöpferischen Phase der Ausbildung erhöht und ihre Bereitschaft und Befähigung zur selbständigen wissenschaftlichen Arbeit weiter ausgeprägt werden. Die wahlweise-obligatorische Ausbildung trägt damit wesentlich zur Persönlichkeitsentwicklung der Studenten bei und festigt ihr Verständnis für die Rolle der Mathematik in der gesellschaftlichen Praxis. Zugleich erwerben die Studenten weitere Voraussetzungen, den Bildungs- und Erziehungsprozeß an der Schule schöpferisch und wissenschaftlich fundiert zu gestalten, die mit dem Schulstoff zusammenhängenden fachspezifischen Fragen zu verfolgen und Probleme des Mathematikunterrichts der Oberschule zu erkennen, in wissenschaftliche Fragestellungen umzuwandeln und mit wissenschaftlichen Methoden zu lösen.

Die fachlichen Schwerpunkte und Themenkomplexe für die wahlweise-obligatorische Ausbildung werden vorrangig, insbesondere aus den Forschungsschwerpunkten der ausbildenden Sektion, abgeleitet.

Neben Themen zur mathematischen Grundlagenforschung und zur angewandten Forschung, die den Studenten die Bedeutung der Mathematik für den wissenschaftlich-technischen Fortschritt verdeutlichen, werden auch solche Themen für Diplomarbeiten vergeben, in denen ein unmittelbarer Bezug zum Mathematikunterricht in der Schule deutlich wird. Das letztere betrifft insbesondere Untersuchungen zur wissenschaftlichen Fundierung und zum Aufbau des Mathematiklehrgangs der Schule.

Die Inhalte der Ausbildung und insbesondere die Anforderung an die Diplomarbeit werden im einzelnen so bestimmt, daß die Studenten

- ihre erworbenen Kenntnisse auf Gebieten erweitern und vertiefen, die für die Schule, die Volkswirtschaft oder die Entwicklung der Mathematik bedeutsam sind,

- sich dabei der Fachliteratur unter besonderer Berücksichtigung fremdsprachiger Originalliteratur und Nutzung weiterer fachspezifischer Informationsmittel bedienen,
- befähigt werden, die Anforderungen des obligatorischen und fakultativen Unterrichts sowie der fachspezifischen außerunterrichtlichen Arbeit wissenschaftlich fundiert zu erfüllen,
- durch weitgehend selbständige Einarbeitung in ein begrenztes Arbeitsgebiet Entwicklungstendenzen aus diesem Spezialgebiet erkennen und befähigt werden, einen solchen Gegenstand schöpferisch zu bearbeiten,
- spezielle Forschungsmethoden kennen und die Ergebnisse ihrer Arbeit im wissenschaftlichen Meinungsstreit verteidigen lernen,
- geeignete Arbeitsmethoden mit dem Ziel, die einzelnen Schritte zur Lösung der gestellten wissenschaftlichen Aufgabe weitgehend selbständig auswählen und anwenden lernen,
- durch eigenverantwortliche Arbeit gesellschaftlich nützliche Ergebnisse vorlegen können und ihnen dadurch die Bedeutung der Wissenschaft als Produktivkraft besser bewußt wird,
- durch die Mitarbeit in einem Forschungskollektiv in ihrer Persönlichkeitsentwicklung gefördert werden.

Die wahlweise-obligatorische Ausbildung in Mathematik erfolgt im 6. Semester in Form von Vorlesungen, Seminaren und Übungen. Dabei ist eine gründliche Einführung in die theoretischen und methodologischen Grundlagen des gewählten Gebietes bei gleichzeitiger Vertiefung grundlegender theoretischer Zusammenhänge auf der Grundlage des bereits in der Ausbildung erworbenen Wissens und Könnens zu sichern.

Im 7. Semester steht neben Lehrveranstaltungen die selbständige wissenschaftliche Arbeit zum Gegenstand des Diplomthemas im Vordergrund. Am Ende des 7. Semesters sind die Konzeption sowie Teilergebnisse der Diplomarbeit vorzulegen.

Das 8. Semester wird in der wahlweise-obligatorischen Ausbildung vorrangig für die Bearbeitung des Diplomthemas genutzt. Die Diplomarbeit ist im 9. Semester bis Ende Oktober fertigzustellen und wird zu Beginn des 10. Semesters öffentlich verteidigt.